Van Dantzig 2000

Uitbeelden in wiskunde

Redactie
Gerard Alberts & Hendrik Blauwendraat

CWI Publications Varia

CWI
P.O. Box 94079, 1090 GB Amsterdam, The Netherlands
Telephone + 31 - 20 592 9333
Telefax + 31 - 20 592 4199
WWW page http://www.cwi.nl/publications_bibl/

CWI is the nationally funded Dutch institute for research in Mathematics and Computer Science.

Uitbeelden in wiskunde

Proceedings van het symposium *Van Dantzig 2000*,
gehouden op 22 september 2000
ter gelegenheid van het 100ste geboortedag van
David van Dantzig op 23 september 2000

Gerard Alberts en Hendrik Blauwendraat
redactie

Van Dantzig 2000 is een activiteit van GMFW, het landelijk werkcontact Geschiedenis en Maatschappelijke Functie van de Wiskunde en wordt gesponsord door NWO, het CWI en KdV en IBIS (Kortweg-de Vries Instituut en Instituut voor Bedrijfs- en Industriële Statistiek van de Universiteit van Amsterdam)

ISBN 90 6196 495 4
NUGI-code: 811

Voorwoord

David van Dantzig (1900–1959) leverde bijzondere bijdragen aan topologische algebra en differentiaalmeetkunde, maar wendde zich naast deze zuiver-wiskundige prestaties juist ook naar de toepassingen. Hij debatteerde fel over de inrichting van het wiskunde-onderwijs, maar stond zelf nauwelijks voor de klas. Zijn bijdragen aan de significa waren cruciaal, maar tot de significe kring wilde hij maar half behoren. Aan de Technische Hoogeschool in Delft kwam hij met vernieuwingsideeën, maar realiseerde ze elders. Van Dantzig was een van degenen die het begrip wiskundig model introduceerden en hij deed het met een opvallende nuance, met de nadruk op modelleren als handeling of procedure. Je schakelt het wiskundig formalisme in en je schakelt het weer uit. Het wiskundig modelleren is het uitbeelden van iets in wiskunde.

David van Dantzig zette de mathematische statistiek op de kaart als onderdeel van de universitaire wiskunde in Nederland, met alle verworvenheden en tekortkomingen van een pionier en steeds op hoog wiskundig niveau. Vanuit alle hier genoemde perspectieven worden Van Dantzig en zijn nalatenschap belicht op het symposium ter gelegenheid van zijn honderdste geboortedag. Zijn denken over wiskundig modelleren heeft nog een actuele politieke waarde. Het symposium wordt afgesloten met een forum over de maatschappelijke betekenis van het wiskundig denken nu.

Het symposium en deze proceedings zijn onderdeel van het GMFW-programma VAN DANTZIG 2000. N.G. de Bruijn en J. Kriens gaven begin 1999 onafhankelijk van elkaar de eerste aanzet tot deze activiteit. De coördinatiecommissie van GMFW, het landelijk werkcontact Geschiedenis en Maatschappelijke Functie van de Wiskunde, nam de uitdaging aan en formuleerde het programma waarin biografie en symposium de kernstukken zijn. Dat we het ook mogen realiseren is te danken aan W.R. van Zwet, die het idee adopteerde en verschillende sponsors wist te interesseren.

NWO maakte het werk aan de biografie en de voorbereidingen mogelijk. Het Centrum voor Wiskunde en Informatica geeft de bijbehorende boeken uit. KdV, het Korteweg-de Vries Instituut voor Wiskunde, en IBIS bv, het Instituut voor Bedrijfs- en Industriële Statistiek, van de Universiteit van Amsterdam dragen de lasten van het symposium zelf op 22 september.

Het symposium en de grondige voorbereiding in deze proceedings is mogelijk gemaakt door de enthousiaste inzet van de sprekers en andere betrokkenen. De sprekers bieden hier als auteurs veel meer dan ze op de voorbijgaande dag van het symposium kunnen presenteren. Zij hebben allen nieuw onderzoek gedaan en intensief gebruik gemaakt van de toegang die René van Dantzig bood tot het archief van zijn vader. Voor de ene helft van de sprekers is David van Dantzig interessant als onderwerp van historisch onderzoek. Hij neemt een bijzondere plaats in in de cultuurgeschiedenis van het wiskundig denken. Voor de andere helft is de bijdrage een terugblik op een goede bekende. Voor hen is Van Dantzig niet alleen een man die onhandig was en hoge eisen stelde, maar vooral een gedreven en inspirerend wetenschapper. De sympathie die zijn gedrevenheid opriep, klinkt door in hun bijdragen.

Amsterdam, augustus 2000 Gerard Alberts, Hendrik Blauwendraat

Inhoud

Proceedings Symposium *Van Dantzig 2000* pp. 1 – 19

Hoofdstuk 1

David van Dantzig
Wendbaar meesterschap

W.T. van Est

David van Dantzig is één van de Nederlandse wiskundigen geweest die met succes op een breed terrein van de wiskunde gewerkt heeft. We vinden zijn naam terug in de topologische algebra, in de differentiaalmeetkunde en voor wat de statistiek betreft, zal dit later op de dag in het licht worden gesteld.
Zijn brede mathematische eruditie bleek herhaaldelijk uit de opmerkingen die hij steevast placht te maken op de vergaderingen van het WG naar aanleiding van de gehouden voordracht – dit, wel te verstaan, in de tijd toen het WG nog maandelijkse vergaderingen hield.
Als één van degenen uit de na-oorlogse bezemploeg van studenten, die wat verlaat aan het afstuderen waren toegekomen, heb ik korte tijd bij Van Dantzig college gelopen. Maattheorie, waarschijnlijkheidsrekening, statistiek waren de onderwerpen waarover hij in Amsterdam voor het eerst college gaf.

1. Herinnering

Voor het studenten-colloquium kreeg ik, als verplicht onderdeel voor het afstuderen, een artikel van Besicovitch [Besicovitch 1945] te bespreken dat op maattheoretisch gebied lag. Het betrof de constructie van een oppervlak in de $\mathbb{R}^3$ waarvan de oppervlakte-maat eindig was maar de in-

houdsmaat positief. De *pointe* van de allerminst triviale constructie was dat Besicovitch een Cantor-verzameling van positieve drie-dimensionale Lebesgue-maat wist in te bouwen in het oppervlak met behoud van de eindigheid van de oppervlakte-maat. Uiteraard was het een enorm geknikt oppervlak.
Laat ik even in herinnering brengen dat de Cantor-verzameling o.a. gedefinieerd kan worden als de rest-verzameling die overblijft als men, uitgaande van een gesloten interval, het open middelste derde deel verwijdert en dit proces *ad infinitum* voortzet op de overblijvende gesloten intervallen.
De aldus ontstane rest-verzameling is totaal verbrokkeld, d.w.z. de enige samenhangende delen zijn de afzonderlijke punten, en deze eigenschap, tezamen met de compactheid en het feit dat ieder punt verdichtingspunt is, karakteriseert de Cantorverzameling topologisch.[1]
Cantor-verzamelingen treden in vele verschijningsvormen op, zo ook in de constructie van Besicovitch. In andere verschijningsvormen, nl. die van topologische groepen, is Van Dantzig ze in het begin van zijn carrière veelvuldig tegengekomen. We komen daar later op terug.
Voordat we nu op Van Dantzigs carrière ingaan, willen we kort memoreren wat eraan vooraf ging. Daartoe, en ook voor de latere periode, ontlenen we enkele gegevens aan het levensbericht van de hand van Hemelrijk [Hemelrijk 1959] en aan mededelingen van Alberts [Alberts 2000].

2. Studies

In 1917 schrijft Van Dantzig zich in als student in de scheikunde aan de Gemeentelijke Universiteit van Amsterdam. Economische omstandigheden nopen hem na korte tijd de studie te onderbreken en een kantoorbetrekking te nemen. Intussen heeft hij echter enige colleges gevolgd bij de hoogleraar Mannoury in het kader van de scheikunde-studie die een diepe indruk op hem gemaakt hebben. Mede dankzij deze inspiratie wendt hij zich in 1921, als de omstandigheden een keer hebben genomen, geheel tot de wiskunde. Mannoury is door Van Dantzig altijd als zijn belangrijkste leermeester en leidsman (in brede zin) beschouwd; beiden zijn naderhand dan ook in vriendschap verbonden gebleven. De studie volbrengt Van Dantzig in recordtempo. Als avondstudent behaalt hij de middelbare akten K I (1921), K V (1922) en K II (1923). In 1923 schrijft hij zich in als gewoon student en in 1925 behaalt hij zijn doctoraalexamen cum laude.

[1] Binnen de categorie van compacte deelverzamelingen van euclidische ruimten.

Voor het verdere verloop van zijn wetenschappelijke loopbaan zijn twee omstandigheden in belangrijke mate bepalend geweest.
In de eerste plaats is daar het seminarium dat Brouwer in het jaar 1925 leidde, en waaraan behalve door Van Dantzig ook nog werd deelgenomen door een aantal "jongelui" wier namen reeds "klonken als klokken" (om een uitdrukking te ontlenen aan Hk de Vries), dan wel later nog als "klokken zouden klinken", Paul Alexandroff, Karl Menger, Leopold Vietoris en Witold Hurewicz. Een belangrijk nevenresultaat van dit colloquium waren de vriendschappen die hier ontstaan zijn; in het bijzonder geldt dit voor Van Dantzig en Hurewicz die in Nederland nog langere tijd zou verblijven.

De andere belangrijke omstandigheid was dat Van Dantzig reeds tijdens zijn studie Van der Waerden had leren kennen; die had in 1923 doctoraal examen afgelegd, maar was toen, in 1925, doende de laatste hand te leggen aan zijn proefschrift waarop hij in 1926 promoveerde bij de eerder genoemde hoogleraar Hk de Vries.
Van Dantzig heeft altijd beweerd dat hij algebra, en dat is dan te verstaan in de zin van Moderne Algebra (zoals dat toen heette), heeft geleerd van Van der Waerden.

Het samenspel van deze twee omstandigheden leidde nu als het ware vanzelf tot het onderwerp van het proefschrift, de topologische algebra. De grondidee was om in de trant van de Moderne Algebra – en we refereren nu aan het boek van Van der Waerden uit 1930 – op axiomatische grondslag de beginselen van de topologische algebra te ontwikkelen. Achtereenvolgens zouden dan topologische groepen, topologische ringen en topologische lichamen aan de orde komen. Het waren zaken die in de periode voorafgaande aan de promotie in 1931 meer en meer in de belangstelling begonnen te geraken. Van Dantzig was dus allerminst de enige of eerste die zich hiermee bezighield; in het eerste artikel dat over deze zaken gaat [Dantzig 1933], geeft hij er uitvoerig rekenschap van. Maar een systematische opzet in de trant van de Moderne Algebra had een onbestrijdbare verdienste. En de hoofdstelling waarin het onderzoek culmineert, te weten een classificatie van de lokaal compacte lichamen, is buiten kijf een mijlpaal – niettegenstaande het feit dat bijzondere gevallen bekend waren.

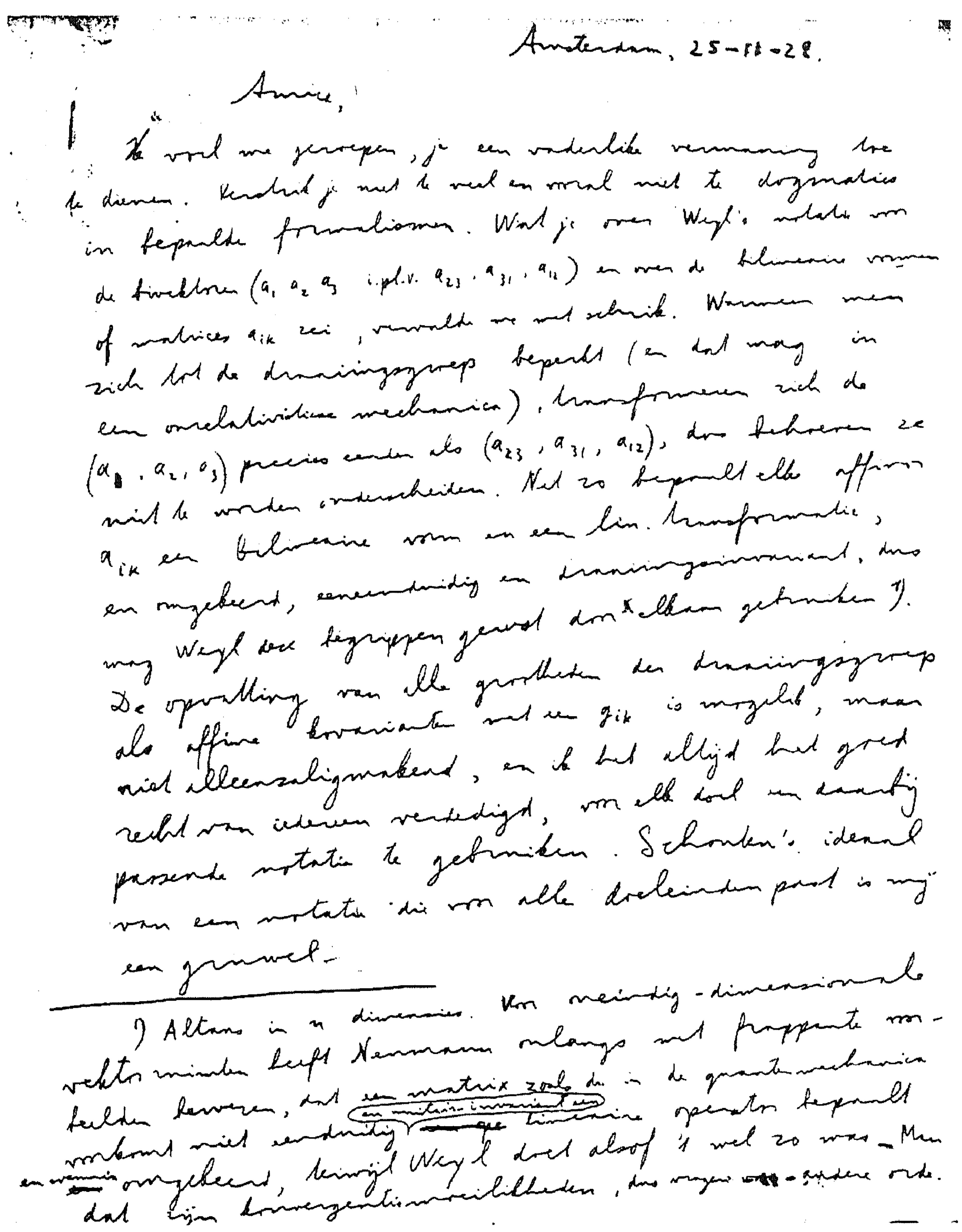
De promotie heeft plaats in 1931 in Groningen met Van der Waerden als promotor. Het proefschrift zelf behelst niet meer dan een samenvat-

FIGUUR 1.1. B.L. van der Waerden. Portret uit de bijlage van *Euclides*, 1931 [Archief CWI]

ting van definities en stellingen, geheel naar het voorbeeld van Van der Waerdens proefschrift. Uitvoerige bewijzen verschijnen naderhand in een serie van artikelen [Dantzig 1933] [Dantzig 1935a] [Dantzig 1935b]. Het promotie-onderzoek vond overigens plaats naast andere activiteiten zoals een assistentschap van 1927 tot 1929 bij Schouten te Delft en van 1929 tot 1931 een leraarschap aan een kweekschool te Rotterdam.
Het assistentschap bij Schouten sloot aan, naar het zich laat aanzien, bij de interesse in de relativiteitstheorie waarvan Van Dantzig reeds eerder blijk had gegeven [Dantzig 1926]. Schoutens domein was immers dat van de tensorrekening met haar toepassingen onder meer in de algemene relativiteitstheorie.

3. VADERLIJKE VERMANING

Blijkbaar maakte van Dantzig zich met zoveel enthousiasme het apparaat van de tensorrekening eigen, dat Van der Waerden zich geroepen voelde om in een brief hem vaderlijk te vermanen zich niet te veel en vooral niet te dogmatisch in bepaalde formalismen te verstrikken [Waer-



Amsterdam, 25-11-28.

Amice,

Ik voel me geroepen, je een vaderlijke vermaning toe te dienen. Verzuim je niet te veel en vooral niet te dogmatisch in bepaalde formalismen. Wat je over Weyl's notatie van de tweetallen ($a_1\ a_2\ a_3$ i.pl.v. a_{23}, a_{31}, a_{12}) en over de [illegible] of matrices a_{ik} zei, vond ik niet schrik. Wanneer men zich tot de draaiingsgroep beperkt (en dat mag in een onrelativistische mechanica), transformeren zich de (a_1, a_2, a_3) precies zoals (a_{23}, a_{31}, a_{12}), dus behoeven ze niet te worden onderscheiden. Net zo bepaalt elke affinor a_{ik} een bilineaire vorm en een lin. transformatie, en omgekeerd, eenduidig en draaiingsinvariant, dus mag Weyl deze begrippen gerust door elkaar gebruiken *).

De opvatting van alle grootheden der draaiingsgroep als affine kovarianten met een g_{ik} is mogelijk, maar niet alleenzaligmakend, en ik heb altijd het goed recht van iedereen verdedigd, om elk doel een daartoe passende notatie te gebruiken. Schouten's ideaal van een notatie die voor alle doeleinden past is mij een gruwel.

*) Altans in n dimensies. Voor oneindig-dimensionale vektorruimten heeft Neumann onlangs met prachtige [illegible] bewezen, dat ~~een matrix~~ zowel [illegible] in de quantenmechanica [illegible] operator bepaalt voorkomt niet eenduidig [illegible] omgekeerd, terwijl Weyl doet alsof 't wel zo was. Maar dat zijn konvergentiemoeilijkheden, dus vragen van andere orde.

FIGUUR 1.2. De brief van van der Waerden van 25 november 1928 met de 'vaderlijke vermaning'

den 1928]. Want laten we wèl wezen, de tensorrekening werd in de wiskunde met enige reserve beschouwd. Zonder de verdiensten van deze calcuul te ontkennen, was er toch het gevoel dat in de toepassingen, door Schouten en anderen, de daarmee gepaard gaande indices-gymnastiek de blik op sommige zaken eerder verduisterde dan verhelderde.

Aan de andere kant heeft deze weerstand in algemene acceptatie wel-

licht de blik verduisterd voor de positieve verdiensten van Schouten. Even voorbijziend aan zijn verdiensten in het sociale vlak – ik denk in het bijzonder aan de bezieling die er van hem uitging waardoor hij in de loop der jaren een reeks jongere wiskundigen voor kortere of langere tijd tot zijn medewerker maakte, onder wie Van Dantzig – zijn er in verband met de tensorrekening, twee resultaten te noemen waarin Schouten resp. Schouten–Van Dantzig een essentiële bijdrage hebben geleverd, maar waarbij hun namen in vergetelheid zijn geraakt.
Dat geldt in de eerste plaats voor het begrip parallelverschuiving dat door Levi-Civita in 1917 in de differentiaalmeetkunde werd geïntroduceerd [Levi-Civita 1917], en onfhankelijk daarvan voor Schouten in 1918 [Schouten 1918]. Oorlogsomstandigheden hadden Schouten verhinderd kennis te nemen van het artikel van Levi-Civita. De beide definities verschillen enigszins maar blijken op hetzelfde neer te komen.

4. De bijdrage Schouten–Van Dantzig

Met het oog op de bijdrage van Schouten–Van Dantzig zullen we dit toelichten aan de hand van een uiterst simpel voorbeeld.
Daartoe beschouwen we de kinematica van een bewegend punt op de $\mathbb{S}^2$ – de eenheidssfeer in de $\mathbb{R}^3$. De snelheidsvector v_t van het punt ten tijde t is uiteraard een raakvector aan $\mathbb{S}^2$ (in het betreffende punt van de baan).
Vraag: Is het mogelijk op ieder ogenblik het punt, op zinvolle wijze, een versnellingsvector toe te kennen die raakvector is aan de $\mathbb{S}^2$?

Antwoord 1: Maak de versnellingsvector op van het punt als bewegend punt in de $\mathbb{R}^3$. Deze zal in het algemeen niet tangentieel zijn aan de $\mathbb{S}^2$, maar neem eenvoudig de tangentiële component als de gewenste versnellingsvector.
Antwoord 2: We stellen ons geheel op het standpunt van een $\mathbb{S}^2$-bewoner. Om de snelheidsverandering te beoordelen tussen de tijdstippen t_0 en t_1, uitgaande van v_{t_0}, schuiven we v_{t_1} als raakvector "evenwijdig" terug langs het geodetisch verbindingssegment $\overline{x_{t_0}x_{t_1}}$, dat wil zeggen onder constante hoek met $\overline{x_{t_0}x_{t_1}}$ en met behoud van de lengte. In x_{t_0} is het verschil tussen de teruggeschoven v_{t_1} en v_{t_0} een raakvector aan $\mathbb{S}^2$. Na deling door het tijdsverschil en overgang tot de limiet definieert dit procédé een voor de $\mathbb{S}^2$-bewoner zinnige versnelling.

Antwoord 1 komt overeen met de methode Levi-Civita, terwijl antwoord 2 met die van Schouten correspondeert. In dit elementaire geval is het

niet moeilijk in te zien dat beide antwoorden dezelfde versnelling definiëren. Dat bovendien dit versnellingsbegrip zinnig is, blijkt daaruit, dat de versnelling $= 0$ tengevolge heeft dat het punt zich eenparig langs een geodetische lijn (i.e. een grote cirkel) beweegt, dat wil zeggen langs een 'rechte' voor de $\mathbb{S}^2$-bewoner.
In hogere dimensie, bijvoorbeeld het geval van $\mathbb{S}^3$ in een $\mathbb{R}^4$, is het terugschuiven als raakvector langs een geodetische lijn met behoud van hoek en lengte altijd nog op verschillende wijzen mogelijk, maar het procédé van Schouten levert een eenduidig voorschrift.

Om nu op de bijdrage van Schouten–Van Dantzig te komen, beschouwen we de $\mathbb{S}^2$ als een model van de Riemann-sfeer $\mathbb{C} \cup \{\infty\}$. De correspondentie tussen beide objecten wordt tot stand gebracht door de stereografische projectie vanuit de noordpool $(0, 0, 1)$ op het xy-vlak dat als vlak van de complexe getallen $z = x + iy$ wordt opgevat. De kwadratische vorm $(\mathrm{d}\vec{x}, \mathrm{d}\vec{x})$, die de metriek voor de snelheidsvectoren definieert, wordt omgezet in de hermitische vorm

$$4\frac{\mathrm{d}z\mathrm{d}\bar{z}}{(1 + z\bar{z})^2},$$

dit is op een factor na de euclidische vorm $\mathrm{d}x^2 + \mathrm{d}y^2$. De parallel-verschuiving van Levi-Civita–Schouten op de $\mathbb{S}^2$ bewaart hoeken en lengten van de snelheidsvectoren, dus vertaald naar de Riemann-sfeer betekent dit dat de parallel-verschuiving de snelheidsvectoren in z_{t_1} *unitair* terugschuift naar die in z_{t_0}, in het bijzonder is het een complex lineaire afbeelding. Dit leidt vanzelf tot de vraag in hoeverre in een hoger-dimensionale complexe ruimte, waar de lengte van de snelheidsvectoren in termen van lokale coördinaten $\zeta_1, \ldots, \zeta_n$ gemeten wordt door een positief-definiete hermitische vorm $(\mathrm{d}\vec{z}, \mathrm{d}\vec{z}) = \sum g_{\alpha\beta}\mathrm{d}\zeta_\alpha \mathrm{d}\bar{\zeta}_\beta$, de parallel-verschuiving van Levi-Civita–Schouten langs een geodetisch segment $\overline{z_0 z_1}$ een unitaire afbeelding bewerkstelligt van de ruimte van de snelheidsvectoren in z_1 op die in z_0. A priori is immers niet meer gegarandeerd dan een lineaire isometrie als reële euclidische ruimten.
In een artikel uit 1930 geven Schouten en Van Dantzig een volledig antwoord [Schouten/Dantzig 1930].
Drie jaar later wordt dezelfde kwestie nog eens behandeld door Kähler [Kähler 1933] vanuit een iets ander gezichtspunt met hetzelfde resultaat. De ironie van naamgevingen wil dan dat deze ruimten tegenwoordig Kähler-ruimten heten.

5. Projectieve connectie

In 1931 komt Van Dantzig terug in Delft en wordt daar achtereenvolgens lector (1932), buitengewoon hoogleraar (1938) en hoogleraar (1940) todat in 1941 ontslag volgt door maatregelen van de bezetter.[2] De samenwerking met Schouten bestendigt zich in deze periode. Een reeks artike-

FIGUUR 1.3. J.A. Schouten rond 1950 [Archief CWI]

len, betrekking hebbend op relativiteitstheorie i.h.b. de veldentheorie, ziet het licht. Dit was een thema dat geheel aansloot bij de actualiteit van die dagen, namelijk de discussie over de vraag hoe het electromagnetische veld (in vacuüm) te incorporeren in de formulering uit 1915 van de algemene relativiteitstheorie door Einstein. In die formulering was wèl de gravitatie geïncorporeerd in de door een kwadratische indefiniete vorm,

$$\sum g_{ik} \mathrm{d}x_i \mathrm{d}x_k$$

(x_1 tot en met x_3 ruimtecoördinaten, x_4 tijdcoördinaat), gedefinieerde differentiaalmeetkunde van de ruimte-tijd, maar de inpassing van het

[2] Schouten, die zeer gekant was tegen de "nieuwe orde", liet zich in 1943 om gezondheidsredenen ontslaan.

electromagentisme liet te wensen over.
Er waren sinds 1915 verschillende pogingen gedaan waaraan, voor de toen recente pogingen, de namen verbonden zijn van Kaluza, Klein, Einstein & Mayer, Veblen & Hoffmann. In een aantal van deze versies was er, behalve de vier standaard-coördinaten $x_1, \ldots, x_4$, nog een vijde coördinaat x_0 in het spel. In deze situatie brak toen bij Van Dantzig het inzicht door dat in deze versies er mathematisch in feite sprake was van een vervanging van de parallelverschuiving van Levi-Civita–Schouten door een nieuw type connectie: een zogenaamde *projectieve connectie*. Het formeel wiskundige apparaat wordt door van Dantzig ontwikkeld in [Dantzig 1932] en vervolgens wordt door Van Dantzig en Schouten in [Dantzig/Schouten 1932] de nieuwe versie van de theorie gepresenteerd. Deze laatste versie vond een gunstig onthaal bij onder anderen Pauli [Pauli 1933], die evenwel de nieuwe formulering toch wat toegankelijker maakte voor fysici.

De ontwikkeling van de theorie is sindsdien weer verder gegaan en de versies waarvan hier sprake is, zijn weer op de achtergrond geraakt.
Ook thema's als electromagnetisme en metriek, relativistische thermodynamica hebben Van Dantzig bezig gehouden.
Overigens blijven gedurende dezelfde periode publicaties verschijnen die nadere uitwerking geven aan thema's van de topologische algebra. En ook nog in zijn latere carrière blijft de interesse op de achtergrond van zijn gedachten steeds aanwezig.
Wellicht is het daarom niet ongepast, alvorens dit bericht af te sluiten, een korte schets te geven van een constructie waaraan de naam van Van Dantzig in de topologie blijvend verbonden is, namelijk die van de zogenaamde *solenoïden* [Dantzig 1930] – een speciaal type topologische groepen met merkwaardige eigenschappen.

6. Solenoïden

De basis-ingrediënten van de constructie zijn het eenheidsinterval I en een monothetische *Cantor-groep* $\mathbf{C}$, d.w.z. de Cantor-verzameling $\mathbf{C}$, voorzien van een groep-structuur zodat de bewerkingen van vermenigvuldigen en inverteren continu zijn. *Monothetisch* wil zeggen dat er een element $e \in \mathbf{C}$ is zodat de ondergroep $E = \{e^n\}$ van de machten van e overal dicht ligt in $\mathbf{C}$, dat wil zeggen de afsluiting $\overline{E}$ van E valt met $\mathbf{C}$ samen. Aangezien E commutatief is, volgt uit de continuïteit van de vermenigvuldiging dat $\overline{E}$, dus $\mathbf{C}$, commutatief is. Derhalve zullen we voortaan de groepsbewerkingen in additieve notatie schrijven.

FIGUUR 1.4. David van Dantzig in 1929

Monothetische Cantor-groepen zijn er in overvloed.
De *solenoïde* $S_{\mathbf{C}}$[3] *met basis* $\mathbf{C}$ is de topologische ruimte die gedefinieerd wordt door een atlas bestaande uit één enkele kaart, te weten $I \times \mathbf{C}$ met als 'zelfverkaarting' het voorschrift

$$1 \times c \sim 0 \times (c + e).$$

Merk op:

(i) $I \times \mathbf{C}$ is compact, dus $S_{\mathbf{C}}$ is compact.

(ii) Het segment $I \times \{c\}$ wordt aan de 'bovenkant' vastgekoppeld aan de 'onderkant' van het segment $I \times \{c + e\}$, en aan de 'onderkant' aan de 'bovenkant' van $I \times \{c - e\}$.

De volgens (ii). aan elkaar vastgekoppelde segmenten bepalen een kopie van $\mathbb{R}$, en aldus blijkt $S_{\mathbf{C}}$ een vereniging te zijn van onderling disjuncte kopieën van $\mathbb{R}$. Voorts leest men uit de kaart af dat de kopie $\mathbb{R}_{t \times c}$ die door $t \times c$ gaat, de verzameling $\{s\} \times \mathbf{C}$ snijdt in juist alle punten van $\{s\} \times (c + E)$, d.w.z. in een verzameling die overal dicht ligt in

[3] Met de enigszins onnauwkeurige notatie $S_{\mathbf{C}}$ veronderstellen we stilzwijgend dat ook e gekozen is.

$\{s\} \times C$. Bijgevolg zal de afsluiting van $\mathbb{R}_{t\times c}$ op ieder niveau $\{s\} \times \mathbf{C}$ geheel met $\{s\} \times \mathbf{C}$ samenvallen. Dus $\overline{\mathbb{R}_{t\times c}} = S_{\mathbf{C}}$, en aangezien $\mathbb{R}_{t\times c}$ samenhangend is, geldt deze eigenschap ook voor $S_{\mathbf{C}}$. Bovendien is $S_{\mathbf{C}}$ topologisch ééndimensionaal.
Een andere beschrijving van $S_{\mathbf{C}}$ is die door een enkele kaart $\mathbb{R}\times\mathbf{C}$ met als zelfverkaartingen

$$t \times c \sim (t-n) \times (c+ne), n \in \mathbb{Z}.$$

Klaarblijkelijk is de vorige kaart verkregen uit deze door verwijdering van het redundante stuk $(\mathbb{R}\backslash I) \times \mathbf{C}$.
Nu heeft $\mathbb{R}\times\mathbf{C}$ een natuurlijke groep-structuur als direct product van de additieve topologische groepen $\mathbb{R}$ en $\mathbf{C}$. In dit licht bezien beschrijft het bovenstaande verkaartingsvoorschrift het quotiënt van $\mathbb{R}\times\mathbf{C}$ met betrekking tot de door $-1 \times e$ voortgebrachte ondergroep. Daarmee is $S_{\mathbf{C}}$ beschreven als factorgroep, i.c. als een

(∗) *ééndimensionale samenhangende compacte commutatieve topologische groep.*

Uit de bovenstaande beschrijving volgt dat $\mathbb{R}_{0\times 0}$ een ondergroep is die een getrouwe kopie is van de additieve groep $\mathbb{R}$; de $\mathbb{R}_{t\times c}$ zijn de nevenklassen.
De enigszins verrassende uitkomst van de constructie is dat de categorie van de groepen (∗) meer omvat dan alleen de klassieke cirkelgroep van de complexe getallen z met $|z| = 1$.
De topologie van $S_{\mathbf{C}}$ vertoont nog de eigenaardigheid dat een compacte, samenhangende deelverzameling òf een enkel segment van een $\mathbb{R}_{t\times c}$ is òf de gehele $S_{\mathbf{C}}$.

7. Conclusie

De solenoïde heeft ons weer teruggebracht naar het begin van Van Dantzigs carrière, zodat de vraag rijst hoe het verder is gegaan met de topologische algebra. Voor een deel is dit na te lezen in het artikel van Van der Waerden [Waerden 1975] in het *Nieuw Archief voor Wiskunde.*
Topologische Algebra als een discipline die een topologisch pendant zou opleveren van de Moderne Algebra van Van der Waerden, is er vooralsnog niet. Evenwel, wanneer men topologische algebra opvat als een studie van die zaken waar op een natuurlijke manier algebraïsche en topologische begrippen met elkaar verweven zijn geraakt, dan is er sprake van een ontwikkeling die nog steeds voortgaat.

Via de algebraïsche meetkunde heeft zich het begrip Grothendieck-topologie en Grothendieck-topos ontwikkeld, en binnen dit kader laten zich verstrengelingen als hiervoor bedoeld veelal formuleren, niet alleen voor de algebra en de aritmetiek, maar ook voor de logica en voor sommige delen van de meetkunde.
Van der Waerden noemt Van Dantzig ergens een pionier in de Topologische Algebra [Waerden 1978]. In het kader van zijn tijd beschouwd is dat zeker het geval. Maar Van Dantzigs geest was wendbaar genoeg om ook andere gebieden zich eigen te maken en dan bewijs te leveren van zijn meesterschap.
Toen ik als student voor korte tijd de colleges van Van Dantzig volgde, was ik me ternauwernood bewust van de voorgeschhiedenis. Later dringt er meer tot je door, en kom je tot het besef het voorrecht te hebben gehad kennis te hebben gemaakt met een mathematicus van opmerkelijk formaat en internationale allure.

Appendix

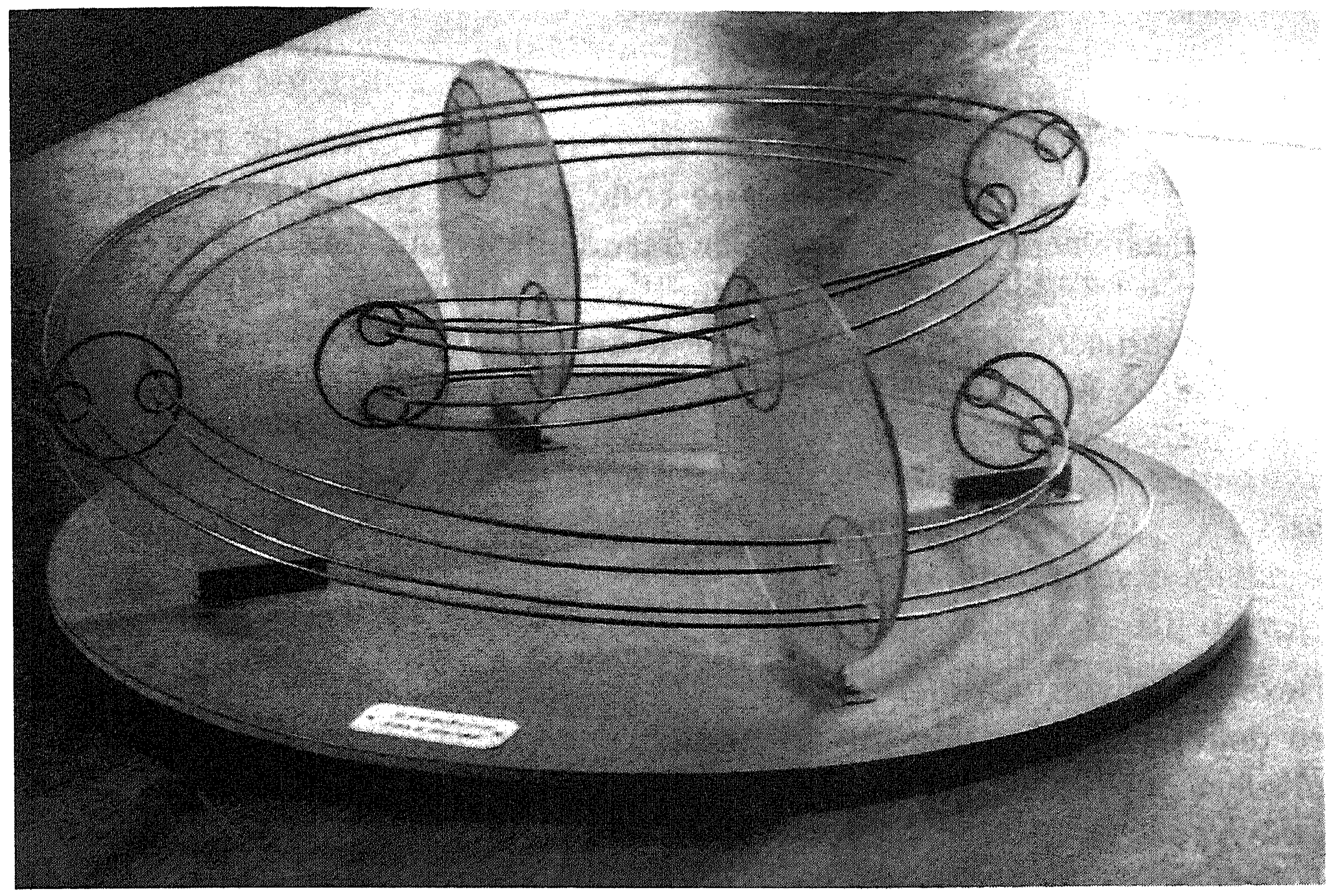
De dyadische solenoïde

(Constructie en ruimtelijke realisering)

De bedoeling van deze appendix is een uitleg te geven van het geëxposeerde (approximatieve) model van de dyadische solenoïde – één van de typen solenoïden.
In §1 wordt op de Cantor-verzameling **C** een topologische groepstructuur gedefinieerd, namelijk die van de additive groep van de gehele dyadische getallen (zie ook [Dantzig 1950]).
In §2 wordt de dyadische solenoïde in successievelijke approximaties bekeken.
In §3 wordt de ruimtelijke realisering van de approximaties verklaard en daarmee wordt het model toegelicht.

§1. *De dyadische getallen*

Voor de Cantor-verzameling **C** gaan we uit van het model uit het begin, de rest-verzameling na successievelijke excisies (ad infinitum) van het open middelste derde deel van rest-intervallen, uitgaande van het interval $[0, 1]$.
Daar bij excisie uit een interval twee rest-intervallen ontstaan, kunnen de intervallen die ontstaan na n excisies als volgt gekenmerkt worden door een binaire code van lengte n van nullen en enen:



FIGUUR 1.5. Model van de dyadische solenoïde

> Zij J een interval ontstaan na $n-1$ excisies met code $c_{n-1}\dots c_1$, dan wordt na excisie aan het linker rest-interval de code $0c_{n-1}\dots c_1$ toegekend en aan het rechter de code $1c_{n-1}\dots c_1$. De rest-intervallen die uit $[0,1]$ ontstaan na eenmalige excisie, hebben dus de code 0 respectievelijk 1.

De punten van de Cantor-verzameling $\mathbf{C}$ zijn ondubbelzinnig te karakteriseren als doorsnede van een dalende rij rest-intervallen $J_1 \supset J_2 \supset J_3 \supset \dots$. Bijgevolg is ieder punt van $\mathbf{C}$ te karakteriseren door een oneindige binaire code $\dots c_3c_2c_1$, waarbij het beginsegment $c_kc_{k-1}\dots c_1$ de code is van J_k. Het punt 0 heeft dus de code $\dots 000$, terwijl het punt 1 de code $\dots 111$ heeft.
Punten van $\mathbf{C}$ die 'dicht bij elkaar liggen', hebben dalende interval-rijen die een 'groot' gemeenschappelijk beginsegment hebben, en dus geldt dat ook voor de respectievelijke binaire codes.
Derhalve definiëren we in de collectie $\mathcal{D}$ van oneindige binaire codes: de *omgeving van orde k*, of ook wel de *k-omgeving* van een binaire code $\dots c_ic_{i-1}\dots c_1$ is de verzameling van alle binaire codes die hetzelfde beginsegment $c_k\dots c_1$ van de lengte k hebben.

Hoe groter k, hoe kleiner de omgeving is.
Als getrouwe kopie van de topologie van $\mathbb{C}$ definieert dit $\mathcal{D}$ als compacte topologische ruimte.[4]
Om nu te komen tot een additie in $\mathcal{D}$ (zie ook [Dantzig 1950]), merken we op dat een eindige binaire code $c_k \ldots c_1$ gezien kan worden als de dyadische schrijfwijze voor een natuurlijk getal, dus bijvoorbeeld 10 $\sim$ 2, 101$\sim$ 5, etcetera. Daarbij volgt de optelling van natuurlijke getallen in dyadische schrijfwijze dezelfde regels als die voor de dekadische schrijfwijze, bijvoorbeeld

$$\begin{array}{rcl} 1111 & \sim & 15 \\ 10011 & \sim & 19. \\ \hline 100010 & \sim & 34 \end{array}$$

Deze wijze van optellen blijft zinvol ook voor oneindige binaire codes, en definieert aldus een additieve structuur in $\mathcal{D}$. Deze laatste heeft de plezierige eigenschap dat voor gegeven elementen γ_1, γ_2 van $\mathcal{D}$ de opgave $\gamma_1 + ? = \gamma_2$ altijd een welgedefinieerde oplossing voor ? heeft, dat wil zeggen: $\mathcal{D}$ is een additieve groep. Zonder moeite verifieert men dat bij de genoemde bewerkingen het beginsegment van de lengte k van de uitkomst slechts afhangt van de overeenkomstige beginsegmenten van de operanden. $\mathcal{D}$ is dus daarmee een compacte topologische commutatieve groep, en daarmee is $\mathbb{C}$ een compacte groep geworden.[5]
Merk op dat de natuurlijke getallen in $\mathcal{D}$ een plaats hebben als de binaire oneindige codes waarvan alle cijfers nul zijn op eindig veel uitzonderingen na. De negatieve gehele getallen komen dan overeen met de oneindige codes waarvan bijna alle cijfers 1 zijn; de nul komt overeen met de oneindige code bestaande uit nullen, en -1 met de oneindige code bestaande uit enen. Het getal 1 heeft de oneindige code ...0001, of korter ∅1.
Aangezien ieder eindig beginsegment van een oneindige code gerealiseerd wordt door een natuurlijk getal, blijken de natuurlijke getallen, d.w.z.

[4] Ook zonder referentie aan $\mathbb{C}$ is dit in te zien als volgt: laat A een oneindige deelverzameling van $\mathcal{D}$ zijn, en $A_{c_k \ldots c_1}$ de deelverzameling van A van punten waarvan $c_k \ldots c_1$ een beginsegment is van hun code. Met behulp van het ladenprincipe construeert men stapsgewijs een code $\ldots c_i c_{i-1} \ldots c_1 =: \gamma$ zodat voor ieder beginsegment $c_k \ldots c_1$ de verzameling $A_{c_k \ldots c_1}$ oneindig is. De code γ is verdichtingspunt van A.

[5] Door ook nog de vermenigvuldigingsprocedure van de natuurlijke getallen in dyadische schrijfwijze voort te zetten op $\mathcal{D}$, verkrijgt $\mathcal{D}$ tenslotte de structuur van een compacte topologische ring, de zogenaamde *ring van de gehele dyadische getallen*, standaardnotatie $\mathbb{Z}_2$.

de veelvouden van het getal 1, dus $\emptyset 1$, overal dicht te liggen in $\mathcal{D}$. Dus $\mathcal{D}$ is tevens homothetisch.
De met $\mathcal{D}$ en 1 geassocieerde solenoïde noteren we met $\mathcal{S}_\mathcal{D}$.

§2. *Successievelijke approximaties*
De rest-intervallen *van niveau* k in $[0,1]$ zijn de intervallen die overblijven na k excisies. Met $J_{c_k \dots c_1}$ geven we het rest-interval aan met binaire code $c_k \dots c_1$; $\mathbf{C}_{c_k \dots c_1} := J_{c_k \dots c_1} \cap \mathbf{C}$ is een zogenaamd *brok van niveau* k. Blijkbaar is $\mathbf{C}_{c_k \dots c_1}$ de verzameling van de punten van $\mathbf{C}$ waarvan $c_k \dots c_1$ een begin-segment is van hun code.
Aangezien we in deze paragraaf $\mathbf{C}$ met de dyadische groep-structuur beschouwen, zullen we $\mathbf{C}$ door $\mathcal{D}$ vervangen en $\mathbf{C}_{c_k \dots c_1}$ door $\mathcal{D}_{c_k \dots c_1}$. Excisies maken zich op $\mathcal{D}$ kenbaar door het opslitsen van brokken in kleinere brokken. Bij éénmalige excisie splitst $\mathcal{D}$ zich op in $\mathcal{D}_0$ en $\mathcal{D}_1$. Bij de volgende excisies splitst $\mathcal{D}_0$ zich op in $\mathcal{D}_{00}$ en $\mathcal{D}_{10}$, terwijl $\mathcal{D}_1$ opsplitst in $\mathcal{D}_{01}$ en $\mathcal{D}_{11}$, enzovoort.
Merk op dat op niveau 1 $\mathcal{D}$ zich opsplitst in de brok van de even getallen (deelbaar door de dyadische 10, dus door 2) en de oneven getallen (de tweevouden $+1$). Op niveau 2 liggen de viervouden ($\mathcal{D}_{00}$), de viervouden $+1$ ($\mathcal{D}_{01}$), de viervouden $+2$ ($\mathcal{D}_{10}$), de viervouden $+3$ ($\mathcal{D}_{11}$) enzovoort.
De translatie τ over de afstand 1 bewerkt in $\mathcal{D}$ op ieder niveau een cyclische permutatie van de brokken, bijvoorbeeld

$$
\begin{array}{ll}
\text{(niveau 0)} & \tau : \mathcal{D} \to \mathcal{D}, \\
\text{(niveau 1)} & \tau : \mathcal{D}_0 \to \mathcal{D}_1 \to \mathcal{D}_0, \\
\text{(niveau 2)} & \tau : \mathcal{D}_{00} \to \mathcal{D}_{01} \to \mathcal{D}_{10} \to \mathcal{D}_{11} \to \mathcal{D}_{00}.
\end{array}
$$

We brengen nog in herinnering dat de dyadische solenoïde $\mathcal{S}_\mathcal{D}$ op drie equivalente manieren te beschrijven is en wel
òf door de enkele 'kaart' $I \times \mathcal{D}$ met het zelfverkaartingsvoorschrift

$$1 \times \delta \sim 0 \times (\delta + \emptyset 1),$$

òf door de enkele 'kaart' $\mathbb{R} \times \mathcal{D}$ met de zelfverkaartingen

$$t \times \delta \sim (t - n) \times (\delta + n \cdot \emptyset 1), n \in \mathbb{Z},$$

òf als de quotiëntgroep $\mathbb{R} \times \mathcal{D}$ mod F, waarbij F de ondergroep van $\mathbb{R} \times \mathcal{D}$ is voortgebracht door $-1 \times \emptyset 1$.
De groep $0 \times \mathcal{D}$ uit de tweede kaart, beschouwd als ondergroep van $\mathcal{S}_\mathcal{D}$, noteren we voortaan door $\mathcal{D}$. Ieder van de rechten $\mathbb{R} \times \{\delta\}$ uit de tweede kaart, beschouwd als kopie van $\mathbb{R}$ in $\mathcal{S}_\mathcal{D}$, noteren we door $\mathbb{R}_\delta$, en merk

op dat $\mathbb{R}_\delta = \mathbb{R}_{\delta+n\cdot\not{1}}$. De parameter t langs $\mathbb{R}$ (zie tweede kaart) interpreteren we als tijdsparameter; de oneindig vele tijdsparameters langs $\mathbb{R}_\delta$ verschillen onderling met een geheel getal; tijdsverschillen zijn dus onafhankelijk van de gekozen parameter.
Wanneer we nu vanuit δ de tijd laten verlopen, zien we dat we na één seconde voor het eerst weer terug zijn in $\mathcal{D}$ (zie de eerste kaart). Wanneer $\delta \in \mathcal{D}_0$, treft $\mathbb{R}_\delta$ na één seconde $\mathcal{D}_1$ en na twee seconden weer $\mathcal{D}_0$; hetzelfde geldt met verwisseling van de indices 0 en 1.
Op niveau 2 beschouwd krijgen we voor $\delta \in \mathcal{D}_{00}$ (viervouden) met tussenruimte steeds van één seconde de volgende doorgangen: $\mathcal{D}_{01}$ (viervouden +1), $\mathcal{D}_{10}$ (viervouden +2), $\mathcal{D}_{11}$ (viervouden +3) en tenslotte weer $\mathcal{D}_{00}$. Startende vanuit één van de andere brokken op niveau 2 krijgen we dezelfde cyclische volgorde van doorgangen.
Op ieder niveau zien we dat $\mathbb{R}_\delta$ de brokken achtereenvolgens in de natuurlijke cyclische volgorde doorloopt.

Bekijken we de solenoïde nu als het ware op afstand met een 'kijker' met een pover oplossend vermogen waardoor $\mathcal{D}$ als een enkele vlek gezien wordt, dan verschijnt $\mathcal{S}_\mathcal{D}$ als een 'wazige' cirkelvormige band (vertrekkend en terugkomend van respectievelijk op $\mathcal{D}$). Met een versterking van het oplossend vermogen waardoor $\mathcal{D}_0$ en $\mathcal{D}_1$ als afzonderlijke maar ongedifferentieerde vlekken worden gezien, blijkt de eerste band nu opgelost te zijn in een 'dunnere' cirkelvormige band die echter tweemaal rondloopt binnen de eerste. Bij een verdere versterking van het oplossend vermogen, waardoor de brokken op niveau 2 als afzonderlijke ongestructureerde vlekken worden gezien, blijkt de tweede dunnere band opgelost te zijn in een nog weer dunnere band die tweemaal binnen de tweede band rondloopt en viermaal binnen de eerste, enzovoort.
Aldus wordt de solenoïde bij steeds verdere verfijning van het oplossend vermogen opgelost in een rij van steeds dunner wordende cirkelvormige banden waarbij iedere band tweemaal rondloopt in zijn voorganger.

§3. *De ruimtelijke realisering*
Een rij van dunner wordende cirkelvormige banden waarbij iedere band tweemaal rondloopt in zijn voorganger is in het platte vlak niet te realiseren doordat er zelfoversnijdingen optreden. Ruimtelijk is dit heel goed te realiseren door een rij inééngelagerde tori.

Laat daartoe $T_0, T_1, T_2, \ldots$ een rij massieve tori zijn die kopieën zijn van T_0. De hartcirkel van T_0 veronderstellen we van een straal > 1

en geparametriseerd door de hoekvariabele φ_0, $0 \leq \varphi_0 \leq 2\pi$. Laat E_0 de vlakke doorsnede zijn van T_0 loodrecht op de hartcirkel in het punt $\varphi_0 = 0$ en laat E_0 de straal 1 hebben. Laat voorts B_0 een cirkelschijf zijn in E_0 met straal $\frac{1}{6}$ en rakend aan de rand van E_0. Deze gegevens verzekeren dat B_0 disjunct is met zijn gespiegelde ten opzichte van het middelpunt van E_0, en dat E_0 disjunct is met zijn gespiegelde ten opzichte van het middelpunt van T_0.
We laten nu E_0 met hoeksnelheid 2π wentelen om de rotatie-as van T_0 terwijl we tegelijkertijd E_0 met hoeksnelheid π roteren om zijn middelpunt. Na één seconde is het middelpunt van E_0 weer terug op het punt van uitgang, maar is B_0 aangeland in zijn centraalgespiegelde ten opzichte van het middelpunt van E_0. Pas na twee seconden is de begintoestand weer hersteld. B_0 heeft dan inmiddels een massieve slurf beschreven die tweemaal in T_0 rondloopt (zonder zelfdoorsnijdingen).
Voor T_1 hebben φ_1, E_1 en B_1 dezelfde betekenis als φ_0, E_0 en B_0 voor T_0. Een punt van T_1 wordt volkomen vastgelegd door de coördinaten (q, ψ), $q \in E_1$, waarbij ψ de hoek is waarover q om de centrale as van T_1 gewenteld moet worden om in het gegeven punt te belanden. We bedden T_1 nu in T_0 in door E_1 door een gelijkvormigheid g_1 af te beelden op B_0 en vervolgens g uit te breiden op T_1 door $g_1\big((q,\psi)\big) = \big(g_1(q)\big)_{\psi/\pi}$, dit is de positie van $g_1(q)$ na een tijdsverloop $\frac{\psi}{\pi}$. Op dezelfde wijze als voor T_0 en T_1 definiëren we voor T_{k-1} en T_k een inbedding $g_k : T_k \to T_{k-1}$ en $h_k := g_1 \circ \ldots \circ g_k : T_k \to T_0$ is dan een inbedding van T_k die 2^k maal rondloopt in T_0 en 2^{k-i} maal in $h_i[T_i]$, $i < k$. Tenslotte: $\bigcap_{k=1}^{\infty} h_k[T_k]$ is een topologische kopie van $\mathcal{S}_{\mathcal{D}}$.

Het geëxposeerde model suggereert een eerste stap van het inbeddingsproces.

LITERATUUR

[Alberts 2000] *Twee geesten van de wiskunde, biografie van David van Dantzig*, G. Alberts. Amsterdam: CWI, 2000.

[Besicovitch 1945] 'On the definition and the value of the area of a surface', A.S. Besicovitch. *The Quarterly Journal of Mathematics*, **16** (1945), pp. 86–102.

[Dantzig 1926] 'Über die Wiederholung des Michelson Versuches und die Relativitätstheorie', D. van Dantzig. *Mathematische Annalen* **96** (1926), pp. 261–283.

[Dantzig 1930] 'Über topologisch homogene Kontinua', D. van Dantzig. *Fundamenta Mathematicae* **14** (1930), pp. 102–125.

[Dantzig 1932] 'Theorie des projektiven Zusammenhangs n-dimensionaler Räume', D. van Dantzig. *Mathematische Annalen* **106** (1932), pp. 400–454.

[Dantzig/Schouten 1932] 'Zum Unifizierungsproblem der Physik. Skizze einer generellen Feldtheorie', D. van Dantzig en J.A. Schouten. *Proc. Kon. Akad. Wet.* **35** (1932), pp. 642–655.

[Dantzig 1933] 'Zur Topologischen Algebra, I. Komplettieringstheorie', D. van Dantzig. *Mathematische Annalen* **107** (1933), pp. 587–626.

[Dantzig 1935a] 'Zur Topologischen Algebra, II. Abstrakte $\mathfrak{b}_\nu$-adische Ringe', D. van Dantzig. *Comp. Math.* **2** (1935), pp. 201–233.

[Dantzig 1935b] 'Zur Topologischen Algebra, III. Brouwersche und Cantorsche Gruppen', D. van Dantzig. *Comp. Math.* **3** (1935), pp. 408–426.

[Dantzig 1950] 'Topologisch Algebraïsche Verkenning', D. van Dantzig. *Centrumreeks I. Zeven voordrachten over Topologie*, H. Freudenthal en W. Peremans, red. Gorinchem: Uitg. J. Noorduyn en Zn., 1950. pp. 56–79.

[Hemelrijk 1959] 'In Memoriam Prof. Dr. D. van Dantzig', J. Hemelrijk. *Statistica Neerlandica*, **13** (1959), pp. 415–432.

[Kähler 1933] 'Über eine bemerkenswürdige Hermitische Metrik', E. Kähler. *Abh. Math. Sem. Univ. Hamburg* **9** (1933), pp. 173–186.

[Levi-Civita 1917] 'Nozione di parallelismo in una varietá qualunque', T. Levi-Civita. *Rend. del Circ. Mat. di Palermo* **42** (1917), pp. 173–204.

[Pauli 1933] 'Über die Formulierung der Naturgezetze mit fünf homogenen Koordinaten', W. Pauli. *Ann. d. Physik* **18** (1933), pp. 305–336, 337–372.

[Schouten 1918] 'On the number of degrees of freedom of the geodetically moving system and the enclosing euclidean space with the least number of dimensions', J.A. Schouten. *Proc. Kon. Acad. Wet.* **27** (1918), pp. 214–218.

[Schouten/Dantzig 1930] 'Über unitäre Geometrie', J.A. Schouten und D. van Dantzig. *Mathematische Annalen* **103** (1930), pp. 319–346.

[Waerden 1928] brief, B.L. van der Waerden. Amsterdam, 25-11-1928. [Waerden 1975] 'Topological Algebra', B.L. van der Waerden. *Nieuw Archief voor Wiskunde* **23** (1975), pp. 212–227.

[Waerden 1978] 'D. van Dantzig. A pioneer of topological algebra', B.L. van der Waerden. *Two decades of mathematics in the Netherlands 1920–1940. Part Two*, Amsterdam: Mathematical Centre, 1978. pp. 213–233.

Proceedings Symposium *Van Dantzig 2000* pp. 21 – 37

Hoofdstuk 2

Mannoury, significa, Wiener Kreis en Unity of Science in de jaren dertig

Luc J. M. Bergmans

1. Inleiding

In deze bijdrage, die het belang van de vriendschap en wederzijdse intellectuele beïnvloeding tussen David van Dantzig en Gerrit Mannoury (1867-1956) wil onderstrepen en onderzoeken, zal ook worden ingegaan op de verhouding tussen significa enerzijds en Wiener Kreis en Unity of Science anderzijds, en op de rol die Van Dantzig heeft gespeeld, zowel bij het zoeken naar toenadering, als bij het duidelijk afbakenen van de verschillende standpunten. Ook over de menselijke kant van de dialoog tussen de dragers van verschillende ideeën: de prikkel en stimulans die uitgingen van de verschillen en de ergernis om het niet begrepen worden zal iets worden gezegd, telkens aan de hand van briefmateriaal dat in het Significa-archief [Archief Significa] en in het Van Dantzig-archief [Archief DvD] is te vinden.
Tenslotte zal een poging worden ondernomen een vraag van wijdere strekking te beantwoorden. De Nederlandse significa heeft slechts een

beperkte uitstraling gekend. Men kan bezwaarlijk spreken van een dominante stroming in de begripskritiek en communicatieleer. Voor dit beperkt succes zijn in de loop der jaren al verschillende verklaringen gegeven, die waarschijnlijk alleen samengenomen en als complementair beschouwd plausibel zijn. Hoe dit ook zij, evenmin als het beperkte succes van de significa kan men haar kracht ontkennen, de kracht waarmee ze telkens weer in discussies opduikt.
Nadat het een tijd heel rustig werd rond significa, toen twee van haar grote verdedigers in de jaren vijftig waren overleden, Gerrit Mannoury in 1956 en David van Dantzig in 1959, beleefde de stroming in de jaren tachtig een hernieuwde, zij het vooral historische, belangstelling, en lijkt de interesse voor het signifische ideeëngoed ook thans weer op te flakkeren.
Waarom de significa in zekere zin niet dood te krijgen is, waarom haar standpunt allerminst als overwonnen kan worden beschouwd, maar juist verdient nog vele generaties te inspireren, ook daarover volgt nog iets in de slotbeschouwing, opnieuw met verwijzing naar een citaat van Van Dantzig.

2. Enkele signifische kernvragen en basisbegrippen

Vooraf echter, niet als zoveelste inleiding op de significa bedoeld, maar enkel als geheugensteun, en ook om beter de originaliteit van het signifisch denken bij Gerrit Mannoury en David van Dantzig binnen de veel bredere stroom van de Europese begripskritiek te benadrukken: wat zijn de kernvragen van de Nederlandse significa, en in welke richting zoekt zij antwoorden op die vragen?
Een basisconcept dat steeds als motor heeft gefungeerd bij het signifisch onderzoek is dat van de communicatieve beïnvloeding. Bij elk talig of symbolisch handelen heeft het zin een spreker en een hoorder te onderscheiden, of nog een beïnvloeder en een beïnvloede. Fijnere analyse laat al gauw zien dat bij het communiceren de spreker ook wordt beïnvloed en de hoorder op zijn manier een beïnvloeder is, maar wezenlijk voor het betekenisbegrip van de significi blijven in elk geval de psychische factoren die bepalend zijn voor de symbolische beïnvloeding, zoals die zich in concrete gevallen van communicatieprocessen voordoet.
Het meest onmiddellijke onderzoeksobject van de significus is de taaldaad, de doelgerichte communicatieve handeling. Hieruit blijkt duidelijk dat, ook al stond het fenomeen taal centraal in het onderzoeksveld van de opeenvolgende groepen die zich in de signifische beweging hebben

gevormd, significa geenszins samenvalt met grammatica. Grammatica maakt gebruik van eenheden als woorden en zinnen en bestudeert regelmatigheden in volgorde en distributie van dat soort eenheden. Iemand als Gerrit Mannoury heeft wel veel belangstelling gehad voor deze meer traditionele vorm van taalanalyse, zoals omder meer blijkt uit zijn manuscript *Spreken en Verstaan* [Archief DvD], dat een inleiding tot de significa voor scholieren moest worden, en waarin her en der een vergelijking tussen de signifische benadering van taal en de schoolse grammatica wordt getrokken.
Bijzondere belangstelling had Gerrit Mannoury tevens voor de formele aspecten van de wiskundige taal. Hij geldt als degene die het werk van Peano in Nederland heeft geïntroduceerd. Zijn sympathieën voor de pasigrafische uitdrukkingswijze en zijn beklemtoning van de relatieve waarde van het formalistische standpunt in de wiskunde verdienen vermelding, speciaal met het oog op een vergelijking met door de Wiener Kreis en de Unity of Science-beweging verdedigde ideeën.
In Mannoury's streven was formalisering echter geen eindpunt en zeker geen definitief eindpunt. Steeds bleef hij de vraag stellen naar de achterliggende intuïtie en het nagestreefde doel. Een formalisme verschijnt niet plotseling in het luchtledige, maar is het resultaat van mensenwerk en moet derhalve bestudeerd worden in zijn samenhang met een onderliggende menselijke intentie. We hebben hier te maken met de top van het schema der taalgradatie, waarin volgens de ondertekenaars van de uit 1919 stammende tekst *Signifisch Taalonderzoek* (G. Mannoury, L.E.J. Brouwer, H.J.F. Borel en Frederik van Eeden) thuishoort:

> 'de Symbolentaal, omvattende de logische systemen, welke uitsluitend op vooropgestelde substitutieformules (axioma's, postulaten, proposizioni primitivi) betreffende de gebezigde symbolen (al of niet in den vorm van woorden) berusten. Hiertoe behooren derhalve de mathematische logica en dat deel der wiskunde, dat in pasigrafischen vorm is gebracht, of gebracht zou kunnen worden' (geciteerd in [H.W. Schmitz, 1990, p. 417]).

Deze top rust als een dak op de verdiepingen van de wetenschappelijke taal, de verkeerstaal, des stemmingstaal en tenslotte op het fundament van de grondtaal, die een onmiddellijke uitdrukking is van emotie en volitie. Zo blijft ook het meest abstracte formalisme verankerd in 's mensen wil en gevoel.

3. Gerrit Mannoury en David van Dantzig: een vruchtbare intellectuele vriendschap

Met al dit soort ideeën moet Van Dantzig kennis gemaakt hebben toen hij als jong student bij Gerrit Mannoury college kwam lopen. In de toespraak die Van Dantzig op 17 mei 1947 tot Mannoury richt ter gelegenheid van diens tachtigste verjaardag, wordt dit eerste contact als volgt in herinnering gebracht :

> 'Het is nu op enkele maanden na dertig jaar geleden, dat ik u leerde kennen. Gij waart zojuist benoemd tot hoogleraar aan deze universiteit, ik was pas aangekomen als student. Uw eerste college was tevens mijn eerste college, zij het aan de andere zijde van de katheder. Reeds tijdens het aanhoren van Uw brillante inaugurale rede 'over de maatschappelijke betekenis van de wiskundige denkvorm', had zich een nieuwe wereld voor mij geopend. In Uw collegezaal en later tijdens talloze gesprekken, die Gij mij toestondt, openden zich telkens weer nieuwe en veelal verbijsterende perspectieven en vergezichten. Het waren dan ook Uw lessen, die mij tot het inzicht brachten, dat mijn na lange aarzeling voltrokken keuze van de scheikunde als studievak toch een onjuiste geweest was en die mij enige jaren later definitief tot het besef brachten, dat in de wiskunde en in de significa mijn roeping lag. Sinds de eerste dag, dat ik u hoorde, sloot namelijk mijn hoorbetekenis van Uw woorden op verwonderlijke wijze bij Uw spreekbetekenis aan.' [Van Dantzig 1947, p. 34]

De bewondering die de student voor zijn leermeester voelde, zou onverminderd blijven voortbestaan. In de geciteerde toespraak wordt Mannoury met niemand minder dan Sokrates vergeleken. Het pionierswerk dat Mannoury voor de significa verrichtte, roept bij zijn leerling het volgende beeld op:

> '(Men denke) aan een zeeman, die, met zeer scherpe blik begiftigd, in een verre kustlijn voor een ander nog niet waarneembare details ontdekt, en deze zo goed mogelijk tracht te beschrijven, waardoor ze langzamerhand ook voor zijn toehoorders zichtbaar worden.' [Van Dantzig 1947, p. 34]

Al heel vroeg zal David van Dantzig een rustige en streng systematische uiteenzetting van de door zijn leermeester zo vaak op puntige of grappige wijze verwoorde signifische ideeën bepleiten. Er is in het Mannoury–Vuysje-archief een brief van 16 maart 1928 bewaard, waarin

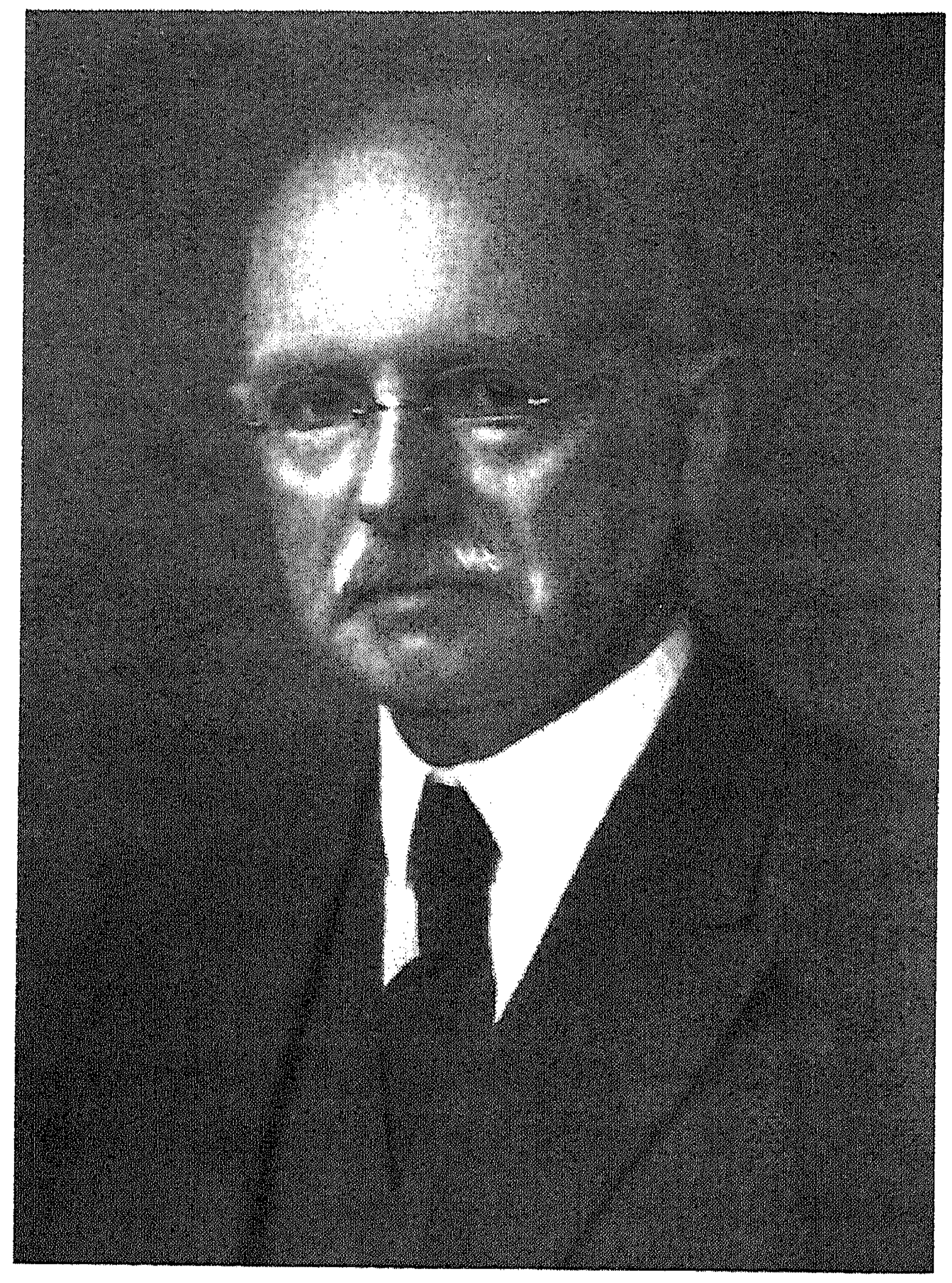
Van Dantzig, die dan al drie jaar is afgestudeerd en aan zijn dissertatie werkt, op opmerkelijk vrijmoedige wijze Mannoury aanzet werk te maken van een dergelijk pedagogisch aangepakt propageren van de significa. Hij kan zich niet voorstellen dat zijn leermeester daarvan het belang niet zou inzien. Ook al meent Mannoury dat zijn ideeën, eventueel door anderen gedacht en uitgedrukt, in elk geval de wereld zullen zien, dan lijkt het hoogst oneconomisch daarop te wachten.
En tenslotte:

> 'Mauthner zou toch ook nooit zooveel invloed gehad hebben, als hij de Kritik der Sprache niet geschreven had ? – En wat beteekenden alle infinitesimale beschouwingen ad hoc voordat Leipniz [sic] en Newton een systematischen opbouw van de theorie gegeven hadden.'

Ook het antwoord van Mannoury is bewaard. Het gaat om een telegram met de tekst: 'Filippika dubbel verdiend. Waardeering maar half. Zeer hartelijk dank. Mannoury'.
Van Dantzigs 'Filippika' heeft geholpen. De rol die hij, door zijn invloed op Mannoury , bij het verspreiden van de significa als gesystematiseerde discipline heeft gespeeld, kan dan ook nauwelijks worden overschat. Het is een mooi staaltje van vriendschap als motor bij ideeënoverdracht.
Als in de jaren veertig de signifische handboeken kunnen verschijnen (*Deel I. Geschiedenis der Begripskritiek*, 1947 en *Deel II. Hoofdbegrippen en Methoden der Signifika*, 1948) is dat ook weer voor een groot gedeelte te danken aan Van Dantzig, die samen met collega's een garantiefonds in het leven heeft weten te roepen. (Zie [Van Dantzig 1947, p. 30])

4. Wiener Kreis en Unity of Science

Behalve de reeds vermelde argumenten, waren er voor Van Dantzig vooral vanaf de jaren dertig nog andere redenen om tot het methodisch verspreiden van een gesystematiseerde significa over te gaan. Er bestonden toen immers in Nederland tamelijk intensieve contacten tussen significi en vertegenwoordigers van de Unity of Science. Zowel de gewenste toenadering met als de te vermijden recuperatie door andersgeoriënteerde begripskritiek vereiste een zuivere formulering der standpunten en een zorgvuldige aanwezigheidspolitiek in publicaties en op congressen.
Vooraleer in te gaan op de wezenlijke verschillen tussen significa en Unity of Science en de daaruit voortkomende discussie, eerst iets over die laatste beweging zelf, over haar ontstaansgeschiedenis en de doelstellingen



FIGUUR 2.1. Gerrit Mannoury (1867–1956), Van Dantzigs leermeester in de significa. Portret Bijlage *Euclides* [Archief CWI]

die haar aanhangers voor ogen stonden. We maken daarbij dankbaar gebruik van wat Van Dantzig daarover zelf te zeggen had in zijn college *Inleiding tot de Algemene Significa. I. Begripscritiek der ervaringswetenschappen*, dat hij in 1947 en 1948 gaf aan de Gemeentelijke Universiteit van Amsterdam, en waarvan het dictaat te vinden is in het Mannoury–Vuysje-archief.
De oorspronkelijke 'Wiener Kreis' bestond uit mensen als de mathematicus Hans Hahn, de logicus Rudolf Carnap, de fysicus Philipp Frank en de socioloog Otto Neurath. Als leidende figuur trad de filosoof Moritz Schlick op.
In 1929 verschijnt de *Wissenschaftliche Weltauffassung. Der Wiener Kreis*, die vaak als het manifest van deze begripscritici wordt beschouwd. Zeer duidelijk komt de tweeledige strekking van hun streven erin naar voren. Vooreerst de empiristische wezenstrek: kennis komt alleen uit ervaring voort, d.i. uit het onmiddellijk gegevene. Ten tweede, de logische wezenstrek: logische analyse van taal moet het mogelijk maken contradicties op te sporen en te onderscheiden tussen zinvolle en zinloze uitspraken. Uiteindelijke bedoeling van deze logisch empiristen of

logisch positivisten is de eenheid der wetenschappen.
Hoewel het voorwoord van *Wissenschaftliche Weltauffassung. Der Wiener Kreis* is ondertekend door Hans Hahn, Otto Neurath en Rudolf Carnap, moet toch Neurath als de eigenlijke opsteller worden beschouwd. In zijn *Einheitswissenschaft und Psychologie* van 1933 laat hij zien wat hem bij het streven naar de eenheid der wetenschappen voor ogen staat. Om het een fysicus en en psycholoog mogelijk te maken op een zinvolle wijze te communiceren, moeten zij over een gemeenschappelijke taal beschikken. Deze taal moet 'fysicalistisch' zijn. Metafysische elementen moeten eruit gebannen worden. Het ideaal van een eenheidswetenschap veronderstelt het ontwikkelen van een geüniformiseerde terminologie en een strikte beperking tot zinvolle uitspraken, dat wil zeggen uitspraken die reduceerbaar zijn tot zogenaamde 'Protokollsätze' met betrekking tot ervaring, anders gezegd: tot een soort verslagen van het waargenomene.
David van Dantzig vermeldt in zijn syllabus (p.7) dat Otto Neurath na het overlijden van Schlick de meest actieve van de Weners werd en de groep 'die na de dood van Hahn en Schlick en de invoering van het regime van Dolfuss over Europa en Amerika verspreid werd, met verschillende min of meer verwante groepen van onderzoekers versmolten (heeft) tot de "Unity of Science Movement", die een serie brochures onder de naam "Einheitswissenschaft" [...] en de "Encyclopaedia of Unified Science" uitgaf.'

5. Een confrontatie tussen significi en logisch empiristen

5.1. De contacten en de positieve waardering

Vanuit wetenschapshistorisch standpunt bijzonder interessante contacten heeft Neurath ook gehad met de Nederlandse significi. In het Mannoury–Vuysje-archief is er allelei materiaal betreffende ontmoetingen tussen Neurath en onder anderen G. Mannoury, W. Scheffer en D. van Dantzig [Archief Significa: 68]. In hezelfde archief en in het persoonlijk archief van Van Dantzig bevinden zich tevens originelen en afschriften van brieven en andere stukken uitgewisseld tussen Mannoury en Van Dantzig, of nog tussen Neurath enerzijds en Mannoury, Van Dantzig en Scheffer anderzijds.
Lectuur van dit materiaal en van Van Dantzigs syllabus over algemene significa geeft ons een beter idee van de raakpunten en knelpunten, die deze toenadering van twee begripskritische stromingen vertoont.
De significi zijn het eens over de grote verdiensten van de pogingen door

de Wiener Kreis en de Unity of Science-beweging ondernomen om door formalisering tot begripsverheldering te komen. Gerrit Mannoury vermeldt in zijn Servire-boekje (1949) 'de meedogenloze scherpte' waarmee de Weense groep en later optredende geestverwanten 'een aantal [kennistheoretische] problemen en [filosofische] leerstellingen geanalyseerd en het gebrekkige hunner formuleringen blootgelegd [hebben]'.
Mannoury prijst ook de 'nadere omlijning van de door Mach ingevoerde begrippen "schijnprobleem" en "schijnoordeel", in welke termen dan al die formuleringen worden samengevat, die naar de vorm te oordelen een welomschreven en welbepaald dilemma schijnen in te houden (keuzeproblemen en keuzeoordelen) maar die in wezen geen andere dan gevoelswaarden vertegenwoordigen, wier aanvaarding of verwerping uitsluitend van persoonlijke neiging afhankelijk is.' (pp. 8-9)
Deze waardering neemt niet weg dat ten aanzien van verschillende wijsgerige uitgangspunten en programmatische opties van Wiener Kreis en Unity of Science ernstig bezwaar aangetekend wordt door vertegenwoordigers van de Nederlandse significa. We nemen ons voor de her en der geuite signifische kritiek in vijf punten samen te vatten.

5.2. De 'Auseinandersetzungen' en de verschillen

5.2.1. Het is niet wetenschappelijk wetenschap enkel te beschouwen als formalisme

Een van de meest treffende en originele trekken van de Nederlandse significa is het belang dat zij hecht aan de samenhang tussen alle levensverschijnselen en aan de eenheid van alle menselijk handelen. Voor de wetenschapstheorie heeft dit standpunt tot gevolg dat er geen scherpe scheidslijn wordt getrokken tussen wetenschappelijk en andere menselijk bedrijf. Van Dantzig aarzelt dan ook niet een parallel te trekken tussen wetenschap en muziek om de armoe van het formalistische standpunt der Weners te illustreren. In het ongepubliceerde manuscript *On Science as a human activity and the meaning of meaningless sentences* [Archief DvD: map 99 *Significa*] heet het:

> 'Science can be considered as a system of words and sentences. In the same way music can be considered as a system of notes and bars. But both can be considered as human activities too. It would hardly be clear what notes would have to do with music without anybody playing or humming the tune or imagining to do so. In the same way science-books would hardly deserve their name without anybody writing or

> reading the books, performing the experiments, observing or imagining to observe the facts communicated, etc. Logical syntax of scientific language is like harmonics a useful science, but an exclusive interest in the logical syntax of a scientific investigation like an exclusive interest in the harmonic structure of a symphony would hardly do justice to the subject.'

5.2.2. Restloze reductie tot fysicalistische taal is in strijd met de taalgradatie

In het door de significi ontwikkelde schema van de taalgradatie nemen de geformaliseerde talen de toppositie in. Dat betekent dat zij het meest 'afgetrokken', het meest abstract zijn, maar tevens dat zij verankerd blijven in de diepere lagen van emotie en volitie. Vertaling of omschrijving van woorden uit hogere taaltrappen in termen ontleend aan lagere taaltrappen is mogelijk, maar het omgekeerde niet. Hier blijkt het significhe standpunt dus diametraal tegenovergesteld aan dat van de logisch positivisten, die in hun ijver het subjectivisme te vermijden, een fundament hebben gezocht in formalismen.
In een brief van de significus W. Scheffer aan Neurath van 13 mei 1939, waarvan een afschrift is bewaard in het Mannoury–Vuysje-archief [Archief Significa: 68], staat het volgende te lezen:

> 'Naar mijn meening zijn àlle aussagen letzten Endes van subjectieve aard: de meest exacte niet uitgezonderd.'

In 1938 wordt door de Unity of Science-beweging een congres gehouden waar Mannoury, Clay en Van Dantzig als sprekers optreden en de significi in van Dantzigs eigen woorden 'een eenigszins kritisch element vormden'. Naar aanleiding van dit congres schrijft medeorganisator Otto Neurath het volgende over genoemde tegenstelling der standpunten:

> 'In den wissenschaftslogischen Betrachtungen über den vierten internationalen Kongress für Einheit der Wissenschaft (Unity of Science Forum, August 1938) wird darauf verwiesen, dass holländische Signifiker in dem Versuch mit der Einheitssprache des Physkalismus in allen Diskussionen das Auslangen zu finden, eine Verarmung sehen, sofern damit gemeint sei, man wolle mit dem was sie "Es-Sprache" nennen auch das Gebiet beherrschen das von der "Ich-Sprache" (voluntaristische Sprache) erfasst wird. Wenn Mannoury und die ihm nahestehen, die Bedeutung der "Ich-Sprache" betonen, so wollen sie damit keinem

> Sprachdualismus das Wort reden, da sie, wie Mannoury ausführte, die Begriffe der "Es-Sprache" von den Begriffen der "Ich-Sprache" herleiten wollen, während sie das umgekehrte für unmöglich halten. Das heisst sie treten programmatisch für *Vereinheitlichung durch Zurückführung aller sprachlicher Begriffe auf voluntaristische Begriffe* ein.' [Neurath 1938]

Tenslotte dient in dit verband nog te worden vermeld dat in het Significa-archief van de universiteitsbibliotheek te Amsterdam een ontwerp van een brief van 9 september 1938 wordt bewaard, waarin Van Dantzig aan Neurath laat zien dat vertaling van 'het-taal'-zin *De klok slaat twaalf* naar 'ik-taal'-zin *Ik hoor dat de klok twaalf slaat* moeiteloos verloopt, maar zijn correspondent uitdaagt 'ik-taal'-zin *Ik voel me zo goed* in een 'het-taal'-zin om te zetten! het heet daar:

> '[Ik] tart [...] u, de gewaarwordingen die <u>ik</u> heb, en, die <u>ik</u> gewend ben uit te drukken met de woorden "ik ben zo vrolijk" in physicalistischen taalvorm te beschrijven zonder het begrip "physicalistisch" verder te laten verwateren en vervagen.' [Archief Significa, correspondentie Van Dantzig-Mannoury, 12 1/2, p. 3]

5.2.3. Het wegwerken van spreker en hoorder verschuift het probleem van de betekenisbeschrijving

Het lijkt alsof de logisch empiristen de interpretatie van de Protokollsätze en van de hele fysicalistische taal vereenvoudigen door van een tweeledige betekenisrelatie uit te gaan, nl. één tussen woord en object, en geen drieledige, namelijk één tussen woord, object en woordgebruiker, zoals steeds bij signifische analyses het geval is.

De eenvoud van zo'n tweeledig communicatieschema is evenwel hoogst bedrieglijk. Om met Mannoury te spreken, formalistische systemen kunnen worden in- en uitgeschakeld, en zolang zij ingeschakeld zijn, lijkt het abstraheren van de aanwezigheid van taalgebruikers geen al te kwalijke gevolgen te hebben. Het in- en uitschakelen zelf daarentegen kan niet losgedacht worden van iemand die schakelt of voor wie geschakeld wordt, en de daarmee samenhangende betekeniselementen moeten vroeg of laat aan onderzoek onderworpen worden.

Van Dantzig merkt hierover op in zijn syllabus:

> 'De woordsystemen onverschillig of men deze nu "proposities", "sentences", "calculi", "Satzmassen" of "Encyclopaedieen" noemt worden

FIGUUR 2.2. David van Dantzig, significus incognito (1927) [Archief DvD]

door mensen voortgebracht en door mensen waargenomen, (gehoord of gelezen) en deze processen zijn, zoals we nog zullen zien, allerminst eenduidig. Daarmede worden de formalistische systemen geenszins waardeloos, want niet alleen door mechanische besparing aan arbeid, maar ook tot verheldering van inzicht kunnen zij in vele gevallen van groot nut zijn. Maar hun belang wordt er wel in hoge mate door beperkt. Want de eigenlijke moeilijkheden, ook door vele formalisten als zodanig gezien, liggen in het gebrek aan overeenstemming van menselijke meningen — of hun uitingen —, dus in het ontbreken van ondubbelzinnige bepaaldheid. En deze moeilijkheden worden door de invoering van nog zo fijngesponnen formalistische systemen niet opgelost, maar slechts verschoven: naar de inschakeling en de uitschakeling dier systemen. En hoe belangrijk de vele door de formalisten geschreven boeken in menig opzicht ook mogen zijn, tot de oplossing van deze moeilijkheden hebben zij nog geen moemenswaardige bijdrage gegeven.' [Van Dantzig, collegedictaat *Inleiding tot de algemene significa*, p. 35]

5.2.4. De grens tussen zinvol en zinloos is helemaal niet zo scherp te trekken

Het probleem van het voor de logisch empiristen zo belangrijke onderscheid tussen zinvolle en zinloze zinnen wordt door Van Dantzig op een signifisch-relativistische wijze benaderd in het manuscript *On Science as a human activity and the meaning of meaningless sentences* [Archief DvD: 99]. Ook hier wordt de vergelijking met de muziek doorgetrokken. Het is waar dat sommige zinnen zinloos zijn, net zoals sommige harmonieën niet aan te horen zijn voor een muzikaal mens. Een harmonie is echter niet op zichzelf dissonant, alleen ten opzichte van een harmonisch systeem of met betrekking tot een min of meer bepaalde groep luisteraars.
Iets analoogs is het geval in de logica, waar vroeger van een zin gold dat die absoluut zinvol of zinloos was, terwijl thans wordt ingezien dat 'zinvol' wil zeggen 'zinvol ten opzichte van iets anders', bijvoorbeeld een gegeven taal.
Echt belangrijk vindt Van Dantzig de notie 'zinvol voor een min of meer bepaalde groep van mensen', en nog belangrijker de vraag in welke mate een zin zinvol is, en van welke aard de betekenis is die eraan wordt toegekend. Hij besluit dan:

> 'For however "meaningless" a sentence may be, it <u>is</u> understood in a certain sense, it <u>does</u> evoke emotions and induce actions, whether it ought to or not. And it is a study of these relations between sentences pronounced and actions induced by them which seems to us to be most stringently needed.'

5.2.5. Overschatting van de betekenis der taalvormen leidt tot woord-idolatrie

De Wiener Kreis kwam tot stand als reactie tegen onzorgvuldig taalgebruik, met name taalgebruik waarin verholen metafysische elementen woekerden. In hun strijd tegen dergelijke elementen en de ermee samenhangende irrationaliteit hebben de logisch empiristen zich exclusief gericht op het ontwikkelen van uitgezuiverde taalvormen. Zodoende hebben zij aan taal, die niet minder, maar ook niet meer doet dan het leven *begeleiden*, een waarde toegekend, die haar niet toekomt. Dat is de strekking van een brief van 26 januari 1940, waarin Gerrit Mannoury aan Otto Neurath schrijft [Archief Significa, correspondentie Mannoury, 22,1, ongecorrigeerd afschrift]:

> 'Wel heb ik de indruk gekregen, dat je de (vrij belangrijke) verschillen in opvatting tussen de logisch empiristen en de holl. significi slechts zeer terloops hebt aangeroerd, en dààrop zou ik graag nog wat ingaan. Want zoals ik het zie, zijn die verschillen niet alleen gelegen in een wat grotere Toleranz voor de standpunten of denkvormen van anderen, die wij significi van de empiristen zouden eisen, maar wortelen zij dieper. Zij wortelen hierin, dat naar onze mening de log. Empiristen (in het algemeen gesproken) in hun heilzame strijd tegen de zo gevaarlijke irrationele, onkritische, onwetenschappelijke denkvormen onzer dagen in één opzicht zelf onkritisch en dus onwetenschappelijk te werk gaan, namelijk in hun overschatting van de betekenis der taalvormen. Baanbrekend en wereldbevrijdend is het pionierswerk, dat een Mach, een Carnap, een Feigl (om van 'present company' niet te spreken!) hebben verricht maar dat mag er ons niet van weerhouden, hen te waarschuwen, als zij gevaar lopen, in de wereld der gedachten de vorm voor het wezen aan te zien. En dàt is nu juist, wat ik gewoon ben "bijgeloof" te noemen, onverschillig of het heksen, Führerprinzip of wiskunde betreft.'

In een voor het Internationaal Significsch Genootschap uitgetypte reeks *Stellingen betreffende de verhouding van de axiomatische en de significhe denkvormen* (22 juni 1950), geeft Mannoury nog andere voorbeelden van dit 'toekennen ener gevoelswaarde aan de taalvormen als zodanig, die de oorspronkelijk begripscritische tendentie van de axiomatiek in haar tegendeel doet omslaan', nl.: 'godsdienst van de rede in de Franse Revolutie, geloofsvervolgingen in de S.U., anti-Machisme en anti-idealisme van Lenin, anti-metafisika, enz.'

5.3. Een niet onaanzienlijke kloof

Het is duidelijk dat de significi met hun kritiek de vertegenwoordigers van de Wiener Kreis en de Unity of Science in het hart treffen. De logisch empiristen en positivisten hebben wetenschappelijkheid hoog in het vaandel, maar hun reductie van wetenschap tot formalismen en hun miskenning van wetenschap als levensverschijnsel is onwetenschappelijk. Zij verzetten zich heftig tegen het insluipen van irrationele elementen, maar blijven blind voor hun eigen idolatrie van het woord.

Een niet onaanzienlijke kloof scheidt de twee begripskritische richtingen. Mogelijk is Otto Neurath zich door zijn discussies met de significi toch iets meer bewust geworden van wetenschap als daad en levensverschijnsel. In een brief van Mannoury aan David Vuysje van 27 januari 1938 [Archief Significa, map 68] staat te lezen:

'om op Neurath terug te komen, moet ik erkennen, dat hij in dit opzicht niet zo "star" is als b.v. Philip Frank. Uitspraken als: "Der Betrieb der Sociologie, der Betrieb der Mathematik, der Biologie sind Handlungen wie andere" (ibidem [nl. *Empirische Sociologie* van 1931] pag. 128) en ook zijn grote belangstelling voor de signifika geven in ieder geval de waarborg, dat zijn blik breed genoeg is om door woordstaketsels heen te zien, en dat is toch maar de ware wijsgerigheid, zou ik menen!'

Voor hetzelfde jaar 1938, waarin het Unity of Science-congres in Cambridge plaatsvond, zijn echter ook twee negatieve uitlatingen van Van Dantzig over Neurath te noteren: een briefkaart voor Mannoury van 6 augustus 1938 met

'Gisteren heb ik voor de n-de maal getracht, Neurath onze opvattingen bij te brengen, zooals gewoonlijk zonder veel resultaat'

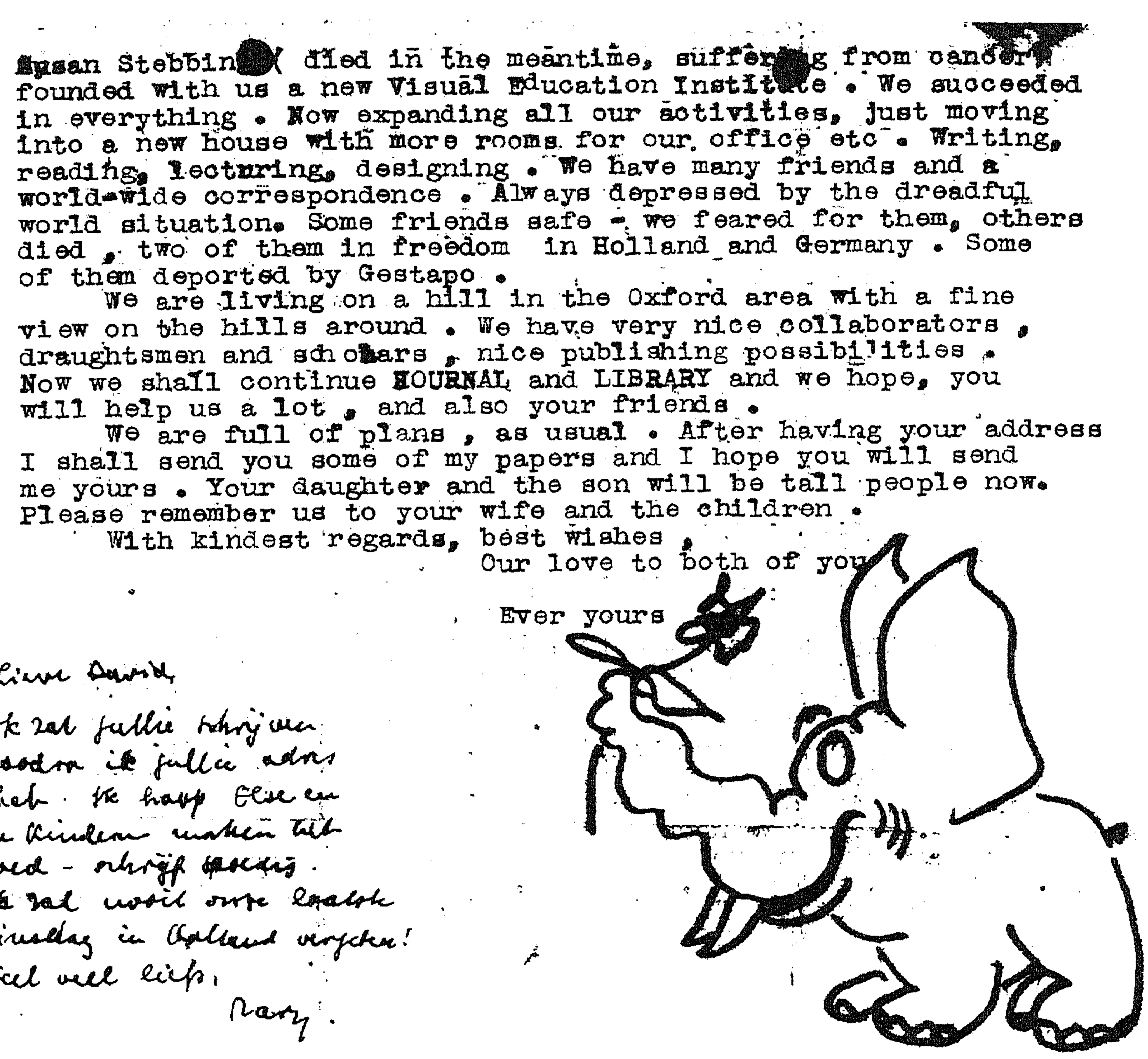
en een niet gedateerde kaart uit diezelfde periode met

'Het blijkt nu wel, dat ik Neurath geweldig overschat heb. Zijn artikel in de encyclopaedie is wel het oppervlakkigste en onbenulligste van alle, terwijl het geheel niet boven het niveau van een populair maandblad uitkomt. Ik neem hem zeer kwalijk, dat hij me tot een abonnement heeft overgehaald. Met wetenschap heeft dit nauwelijks iets te maken.' [Archief Significa: 251]

Overigens schijnen dat soort oordelen de vriendschap niet in de weg te hebben gestaan. In het persoonlijk archief van Van Dantzig (correspondentie) bevindt zich een uit Oxford verstuurde brief van 22 juni 1945. Otto Neurath vertelt er over zijn vlucht uit Nederland en vermeldt zijn activiteiten aan de universiteit van Oxford, waar hij 'Logical Empiricism and the Social Sciences' doceert. In dit aan 'my dear friend van Dantzig' geadresseerde schrijven, waar ook Mary Neurath een paar zinnen aan toevoegt en dat Otto Neurath ondertekent met een grappig olifantje, staat te lezen:

'Now we shall continue JOURNAL and LIBRARY and we hope, you will help us a lot, and also your friends. We are full of plans, as usual.'

In december van datzelfde jaar overlijdt Neurath echter in Oxford.



Susan Stebbing died in the meantime, suffering from cancer.
founded with us a new Visual Education Institute . We succeeded
in everything . Now expanding all our activities, just moving
into a new house with more rooms for our office etc . Writing,
reading, lecturing, designing . We have many friends and a
world-wide correspondence . Always depressed by the dreadful
world situation. Some friends safe - we feared for them, others
died , two of them in freedom in Holland and Germany . Some
of them deported by Gestapo .
We are living on a hill in the Oxford area with a fine
view on the hills around . We have very nice collaborators ,
draughtsmen and scholars , nice publishing possibilities .
Now we shall continue JOURNAL and LIBRARY and we hope, you
will help us a lot , and also your friends .
We are full of plans , as usual . After having your address
I shall send you some of my papers and I hope you will send
me yours . Your daughter and the son will be tall people now.
Please remember us to your wife and the children .
With kindest regards, best wishes ,
Our love to both of you

Ever yours

Lieve David,
Ik zal jullie schrijven
zodra ik jullie adres
heb. Ik hoop Else en
de kinderen maken het
goed - schrijf spoedig.
Ik zal nooit onze laatste
Dinsdag in Holland vergeten!
Heel veel liefs,
Mary.

FIGUUR 2.3. Otto Neurath gebruikte dit olifantje als handtekening [Archief DvD]

6. NABESCHOUWING: DE WETENSCHAPPER ALS OORZAAK EN EEN TOEKOMST VOOR DE SIGNIFICA.

Veel meer nog zou kunnen worden gezegd over de ideeënuitwisseling tussen significi en logisch empiristen, die voor beide partijen zeker bijgedragen heeft tot duidelijker geformuleerde standpunten.
Tot slot echter een (wellicht ietwat persoonlijker) beschouwing betreffende de radicale originaliteit van de significa en over de vraag of zij nog

een belofte inhoudt voor de toekomst. Wie de vijf behandelde twistpunten (5.2.1.–5.2.5) van naderbij bekijkt, wordt getroffen door het contrast tussen het dorre noteren en classeren van gedane arbeid dat de Wiener Kreis en de Unity of Science-beweging kenmerkt, en de levendige belangstelling der significi voor het menselijk streven dat achter het formaliseren schuilgaat, en dat in staat is zich van oude formalismen te ontdoen, zo gauw er behoefte bestaat aan nieuwe. Op een gelijkwaardige wijze wordt men getroffen door het contrast tussen de dode letter van Carnaps turf *Logische Syntax der Sprache* en het levend en inspirerend woord van Mannoury's geestige boekje *Mathesis en Mystiek*.
Het gaat er me hier niet zozeer om door middel van nogal emotioneel gekleurd woordgebruik ('dood', 'levend', 'dor', 'levendig') een persoonlijke sympathie uit te spreken voor de Nederlandse beweging, als wel erop te wijzen dat de significa een rijkere en dus juistere opvatting had over wetenschap en waarheid dan begripskritische scholen, die — om met Poincaré te spreken — 'science' alleen zagen als 'science faite', en niet evenzeer als 'science qui se fait'.
Wetenschap kan nooit als voltooid beschouwd worden. Een boutade? Wellicht tot op zekere hoogte, maar toch ook meer dan dat, als men aan dit inzicht consequenties verbindt voor de praktijk van de hedendaagse wetenschapsbeoefening. De significi beseften dat waarheid die niet groeit geen waarheid *is*. Dit besef brengt met zich mee dat nieuwe eisen moeten worden gesteld aan wetenschappelijke taal. De formulering van de huidige stand van onze kennis moet openhartig de sporen van het onvoltooide dragen.
Het is in dit opzicht dat de significa naar mijn gevoel een toekomst heeft, niet zozeer als een stelsel van begrippen in signifische handboeken, die ook enige neiging tot dorheid vertonen, als wel als houding tegenover de bedrieglijke 'afheid' van onze concepten, formalismen en waarheden (met een kleine *w*).
Geven wij nog even David van Dantzig het woord, die zo goed van Gerrit Mannoury geleerd had dat de mens in de wetenschap, net zoals in andere domeinen, niet alleen gevolg is, maar ook oorzaak:

> 'Noodzakelijk moet steeds weer de menselijke phantasie ingrijpen om nieuwe en ruimere omvattendere formalismen uit te denken, waarmede men problemen kan oplossen, die met het oude mechanisme wèl gevoeld, maar niet opgelost konden worden.' [Van Dantzig, collegedictaat *Inleiding tot de algemene significa*, p. 35].

ARCHIEVEN

[Archief DvD] Archief David van Dantzig, berustend bij R. van Dantzig, Amstelveen.

[Archief Significa] Collectie Mannoury–Vuysje, berustend onder nummer XXXIII in de handschriftenverzameling van de Universiteistbibliotheek, Universiteit van Amsterdam.

BIBLIOGRAFIE

[Bochove 1986] *Waarom het leger de oorlog verloor. Het debat tussen Gerrit Mannoury en Otto Neurath over taal en kennis 1937–1940* [scriptie RUG], A. van Bochove. Groningen: Mimeo, 1986.

[Carnap 1934] *Logische Syntax der Sprache*, R. Carnap. Wien: Springer, 1934.

[Dantzig 1938] 'Eenheid der wetenschap en significa', D. van Dantzig. *Nieuwe Rotterdamsche Courant* **95**, 381, dinsdag 16 augustus 1938.

[Dantzig 1947] 'Toespraak gericht tot Prof. Dr. G. Mannoury, ter gelegenheid van zijn tachtigste verjaardag op 17 mei 1947', D. van Dantzig. In *Euclides* **23** (1) (1947), pp. 27–37.

[Heijerman 1986] 'Een tragische komedie? Tien Internationale Significhe Zomerconferenties 1939–1954', A.F. Heijerman. *Filosofie in Nederland. De Internationale School voor Wijsbegeerte als ontmoetingsplaats 1916–1986.* Meppel/Amsterdam: Boom, 1986. pp. 93–120.

[Mannoury 1925] *Mathesis en mystiek. Een signifiese studie van kommunisties standpunt*, G. Mannoury. Amsterdam: Maatschappij voor goede en goedkope lectuur, 1925.

[Mannoury 1949] *Signifika. Een inleiding.*, G. Mannoury. Den Haag: Servire, 1949.

[Mauthner 1901] *Beiträge zu einer Kritik der Sprache*, F. Mauthner. Stuttgart: Cotta, 1901.

[Neurath 1931] *Empirische Soziologie. Der wissenschaftlicher Gehalt der geschichte und nationalökonomie.*, O. Neurath. Wien: Julius Springer, 1931.

[Neurath 1938] 'Vereinheitlichungstendenzen hollaendischer Signifiker'. O. Neurath. *Unity of Science Forum*, september 1938.

[Schmitz 1990] *De Hollandse Significa. Een reconstructie van de geschiedenis van 1892 tot 1926*, H.W. Schmitz. Assen/Maastricht: Van Gorcum, 1990.

Proceedings Symposium *Van Dantzig 2000* pp. 39 – 57

Hoofdstuk 3

De betekenis van David van Dantzig voor het onderwijs in de wiskunde

H.J. Smid

"Een onderwerp dat mij – zij het wellicht tamelijk platonisch – sinds meer dan 25 jaar na aan het hart ligt", zo typeerde David van Dantzig in 1954 zijn verhouding tot het wiskundeonderwijs op de middelbare scholen [Dantzig 1954, p. 63]. Hij sprak deze woorden op een lezing voor de toenmalige Vereniging van Leraren in de Wiskunde, de Mechanica en de Cosmographie. Die lezing ging over "Wiskundige consultatie in de praktijk", een onderwerp dat vandaag in ander verband zeker aan de orde zal komen, maar Van Dantzig nam daarbij wel de gelegenheid te baat om zijn mening over een aantal aspecten van het wiskundeondewijs in die tijd over het voetlicht te brengen.
Oorspronkelijk, in het begin van Van Dantzigs loopbaan, leek het erop dat die verhouding niet zo platonisch zou blijven. Hij gaf in januari 1929 in het kader van het Nutsseminarium van de Universiteit van Amsterdam, op voorstel van Mannoury en Kohnstamm, een cursus over de didactiek van de wiskunde. In hetzelfde jaar was hij korte tijd leraar wiskunde aan een kweekschool in Rotterdam, en hij publiceerde in die jaren een handvol artikelen op didactisch terrein. Een van die artikelen draagt de veelzeggende titel *De maatschappelijke Waarde van onderwijs in wiskunde* [Dantzig 1927]. Het Van Dantzig archief bevat nog een aan-

tal niet gepubliceerde lezingen en concepten voor artikelen op het gebied van de didactiek van de wiskunde.
Daarna, als van Dantzigs wetenschappelijke carrière werkelijk op gang komt, valt van zijn belangstelling voor het wiskundeonderwijs op de HBS en het gymnasium, althans in het openbaar, niet veel meer te merken – een wat knorrig stukje in *Euclides* in 1940 over fouten die leerlingen op het eindexamen maken daargelaten [Dantzig 1940]. Opvallend genoeg vatte Van Dantzig in de vijftiger jaren zijn oude interesse weer op. In 1954 publiceerde hij, in het kader van het Amsterdamse Mathematisch Congres, een rapport onder de titel *The function of Mathematics in Modern Society and its Consequences for Teaching of Mathematics* [Dantzig 1955a]. In die titel klinkt Van Dantzigs kennelijk blijvende aandacht voor de maatschappelijke relevantie van wiskundeonderwijs opnieuw door. En in 1955 vond hij zelfs de tijd om opnieuw een didactiekcursus voor leraren te geven, onder de titel *Enige prolegomena voor een wetenschappelijke didactiek van wiskunde en statistiek* [Dantzig 1955b]. Ook die titel is karakteristiek: Van Dantzig had ernstige kritiek op het zijns inziens weinig wetenschappelijk karakter van de wiskundedidactiek, zowel in 1929 als in 1955.
Toch, ware Van Dantzig niet om andere redenen iemand om zijn 100ste geboortedag met een symposium te herdenken, dat alles zou geen voldoende aanleiding zijn om een lezing over Van Dantzigs betekenis voor het wiskundeonderwijs te houden. Ik zou dan ook de titel van mijn verhaal misschien beter andersom kunnen formuleren: wat betekende wiskundeonderwijs voor Van Dantzig, of misschien nog wat scherper: waarom hechtte hij zoveel belang aan goed wiskundeonderwijs? Wat was voor hem eigenlijk goed wiskundeonderwijs? Op die manier bekeken kunnen we vandaag misschien niet alleen iets leren over de invloed van Van Dantzig op dat wiskundeonderwijs, maar krijgen we ook een wat scherper beeld van Van Dantzig zelf.

1. Het wiskundeonderwijs in discussie

Om Van Dantzigs positie in het begin van zijn loopbaan beter te kunnen begrijpen, is het zinnig kort stil te staan bij de discussies over het wiskundeonderwijs die toen gevoerd werden. Enkele jaren daarvoor, in 1924, in de woorden van Freudenthal [Freudenthal 1987, p. 339] een *annus mirabilis* van de Nederlandse wiskundedidactiek, was de voorloper van het latere *Euclides*, het blad van de dit jaar 75 jaar bestaande Nederlandse Vereniging van Wiskundelaren, van start gegaan met een stevige polemiek tussen Dijksterhuis en mevr. Ehrenfest.[1] Dijksterhuis bracht in de jaren twintig een nieuw elan binnen de wereld van het

FIGUUR 3.1. E.J. Dijksterhuis en D. van Dantzig waren in de jaren twintig goed bevriend. Hun opvattingen over didactiek van de wiskunde liepen sterk uiteen. Foto bijlage *Euclides* [archief CWI]

wiskundeonderwijs met zijn pleidooien voor wat hij later epistemisch wiskundeonderwijs zou gaan noemen. Hij bedoelde daarmee wiskundeonderwijs waarin de leerling zich in principe voortdurend rekenschap zou kunnen geven van wat hij aan het doen was, en waarbij inzicht in de wiskunde uiteindelijk zwaarder woog dan de beheersing van allerlei technieken. Hij wilde dat vooral bereiken door vanaf de eerste klas van de middelbare school de vlakke meetkunde zo streng axiomatisch als maar mogelijk was op te bouwen, en pleitte verder voor een vernieuwing van het verstarde algebraonderwijs door het onderwijzen van de eerste beginselen van de differentiaal- en integraalrekening. Mevrouw Ehrenfest richtte haar kritiek vooral op die axiomatische opbouw in het begin van het meetkundeonderwijs; zij bepleitte een intuïtieve inleiding vóórdat op een axiomatische methode zou worden overgestapt.

[1] *Bijvoegsel bij het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde*, nr. 1, 1924.

De ideeën van mevr. Ehrenfest werden gedeeld door natuurkundigen zoals Kohnstamm, die op hun beurt weer in conflict met Dijksterhuis raakten over het mechanica-onderwijs [Klomp 1997, pp. 180–216].
De toon van de polemiek tussen Dijksterhuis en Ehrenfest was fel, maar in latere jaren naderden hun standpunten elkaar wel. Dat is ook niet onbegrijpelijk. Hoewel de weg waarlangs zij hun doel wilden bereiken duidelijk verschilde, was dat doel zelf niet zo verschillend. Beiden hechtten veel waarde aan inzichtelijk wiskundeonderwijs, waarin de axiomatische methode vroeg of laat een belangrijke rol had te spelen. Het beslissende motief voor dat wiskundeonderwijs was voor beiden het idee van de vormende waarde, kort gezegd de gedachte dat goed wiskundeonderwijs de leerlingen goed leerde denken – ook en vooral buiten het terrein van de wiskunde. Dat was al een heel oud idee, in de negentiende eeuw in het onderwijs opnieuw sterk in zwang gekomen en door Dijksterhuis aangegrepen om zijn opvattingen over wiskundeonderwijs te ondersteunen. Dat idee werd uiteindelijk ook door mevr. Ehrenfest onderschreven.
Dijksterhuis en mevr. Ehrenfest waren beide, zij het op een verschillende manier, vernieuwers binnen de wereld van het wiskundeonderwijs. De feitelijke praktijk van dat onderwijs werd nog steeds bepaald door de kern van het in de negentiende eeuw gegroeide wiskundeprogramma op de HBS. In dat programma lag de nadruk sterk op technische vaardigheden. Dijksterhuis en mevr. Ehrenfest waren dan wel het meest spraakmakend, veel invloed op de feitelijke gang van zaken op school kregen zij voorlopig niet. De verdedigers van de oude situatie hielden de touwtjes, ondanks hun klaagzangen over de teloorgang van het goede oude programma, voorlopig stevig in handen. Hun positie werd welsprekend verwoord door de rector magnificus van de TH Delft, J.G. Rutgers, in zijn diesrede van 1934. In zijn visie was het aankweken van een groot arsenaal van technische vaardigheden hét kenmerk van goed onderwijs. Daarmee kon tevens onderscheid worden gemaakt tussen diegenen die wel en die niet voldoende aanleg voor wiskunde hadden om een studie aan de TH te volgen. Hoewel hierdoor misschien de indruk gewekt kan worden dat Rutgers c.s. met hun nadruk op technische vaardigheden vooral oog hadden voor het praktisch en maatschappelijk belang van het wiskundeonderwijs, was dat niet werkelijk het geval. Rutgers en de andere wiskundigen op de TH raakten zelf enkele jaren later in conflict met de Technische Afdelingen op de Hoogeschool. Die afdelingen verweten de wiskundigen juist dat hun onderwijs verstard en verouderd was, en van onvoldoende betekenis voor de ingenieursopleidingen [Alberts 1998, pp. 344–354]. Van Dantzig overigens was toen al wel buitengewoon

hoogleraar aan de TH, maar invloed op het propedeutisch onderwijs had hij niet.
Er waren kortom in het interbellum minstens drie partijen met elkaar in discussie over het wiskundeonderwijs: de aanvankelijk nog zwijgende, maar wel de macht bezittende groep conservatieven, de groep rond Dijksterhuis die een vernieuwing wilde waarin de nadruk op de bevordering van het logisch denken lag, en de kring rond mevr. Ehrenfest, met verbindingen in de wereld van de natuurkunde, die een meer intuïtieve benadering van het vak voorstond. Klomp heeft in zijn dissertatie laten zien hoe in de discussie tussen bijvoorbeeld Kohnstamm en Dijksterhuis ook verschillen in politieke opvattingen een rol speelden. Wie de lezing van Rutgers nog eens naleest, komt al spoedig tot de overtuiging dat ook bij hem politieke motieven uiteindelijk van invloed waren. Zijn verlangen naar de negentiende-eeuwse standenmaatschappij, toen tenminste iedereen zijn plaats nog wist, is in die rede overduidelijk.

2. Mannoury en Van Dantzig

In een toespraak [Dantzig 1947] ter gelegenheid van de tachtigste verjaardag van Gerrit Mannoury heeft Van Dantzig een levendig beeld geschetst van de beslissende invloed van Mannoury op zijn, Van Dantzigs, ideeën, ja zelfs op zijn keuze voor de wiskunde, na zijn oorspronkelijke, na veel aarzelen tot stand gekomen keuze voor de scheikunde. Van Dantzig noemt met name Mannoury's inaugurele rede, *Over de sociale betekenis van de wiskundige denkvorm* [Mannoury 1917], als bron van inspiratie. Ook hier weer die maatschappelijke betekenis! Als we over Van Dantzigs opvattingen over de didactiek van de wiskunde willen spreken, moeten we eerst iets zeggen over die van Mannoury. In het voorgaande stukje, over de discussie rond het wiskundeonderwijs in het interbellum, heb ik Mannoury niet genoemd. Niet dat Mannoury geen uitgesproken opvattingen over het wiskundeonderwijs had! Maar, net als in bijna alle andere opzichten, was Mannoury ook hierin een buitenbeentje. Zijn opvattingen weken zó sterk af van wat gangbaar was, dat hij in de discussie niet echt een rol speelde. Mannoury's opvattingen over wiskunde en wiskundeonderwijs hingen nauw samen met zijn politiek-filosofische opvattingen. Mannoury was een radicaal socialist, en daarnaast in kentheoretisch opzicht een principieel relativist. "Het is waar dat ik aan geen normen en geen feiten, geen leerstellingen en geen tafels van vermenigvuldiging geloof", zo verwoordde hij eens zijn standpunt [Klomp 1997, p. 113]. Nu gold dat gebrek aan geloof niet voor zijn socialistische overtuiging, maar kennelijk wel – gezien de tafels van vermenigvuldiging

– voor de wiskunde. Mannoury behoorde bij de grondslagendiscussie van de wiskunde dan ook tot het kamp van de formalisten. Waarheid binnen de wiskunde was nooit absoluut, maar betekende niet meer dan dat de wiskundige uitspraak in kwestie gedaan was in overeenstemming met de in de wiskunde afgesproken spelregels.
Wiskunde beschouwde Mannoury als een vorm van taal, als een, zoals hij het formuleerde, *formele en symboliese kunsttaal*. Die taal moest, net zo goed als andere vormen van taal, door de wetenschap der *Significa* gezuiverd worden. In zijn brochure *Woord en Gedachte* [Mannoury 1931] ging Mannoury uitvoerig in op zijn opvattingen over het wiskundeonderwijs. Goed wiskundeonderwijs was van maatschappelijk belang, niet omdat zoveel leerlingen in die tijd met toepassingen van de wiskunde te maken zouden krijgen, maar omdat goed wiskundeonderwijs in zijn ogen niets anders kon zijn dan *signifisch* wiskunde-onderwijs. Dat wil zeggen: onderwijs dat er op gericht was, aldus Mannoury, "ons voorzichtiger (te) doen zijn in onze gevolgtrekkingen en ons een heilzaam wantrouwen in de alleen zaligmakende leer van de logika in (te) boezemen" [Mannoury 1917, p. 59]. Dat dus heel beperkte, bijna negatief te noemen doel was voor Mannoury van groot maatschappelijk belang. Van het idee van de vormende waarde moest Mannoury niets hebben. 'Wiskunst leert wiskunst, maar geen redelijkheid', zei hij al in 1924 [Mannoury 1924].
De consequentie van deze opvatting over de beperkte betekenis van het wiskundeonderwijs werd door hem scherp geformuleerd in een klein stukje getiteld "Een mening over het wiskundeonderwijs aan Gymnasia en HBS", in 1921 [Mannoury 1920]. Die mening was vernietigend. Het grootste deel van het wiskundeonderwijs in de eerste drie klassen van gymnasium en HBS was niet alleen nutteloos, maar zelfs schadelijk. Een beperkte hoeveelheid onderwijs in de "techniek van het aritmies en algebraies cijferwerk" was voldoende. Aan diegenen die werkelijk aanleg hadden voor wiskunde kon in de hogere klassen onderwijs worden gegeven ter ontwikkeling van het ruimte- en functiebegrip; voor de overigen, "zeer zeker de meerderheid", aldus Mannoury, was een eenvoudig bijhouden van de al geleerde techniek voldoende. Het totaal aantal uren wiskundeonderwijs kon dan ook drastisch verlaagd worden. Kohnstamm betrok Mannoury wel bij de discussies in zijn Nutsseminarium, maar het hoeft geen verbazing te wekken dat Mannoury's ideeën binnen de wereld van het wiskundeonderwijs zelf geen enkele weerklank vonden. Zij waren eenvoudigweg te radicaal. Er zal wel nauwelijks een beroepsgroep te vinden zijn die voorstellen om hun terrein van arbeid zo ongeveer te halveren, serieus wil nemen.

3. Mannoury's profeet?

De ideeën die Van Dantzig in 1927 naar voren bracht, in het *Euclides*-artikel [Dantzig 1927] over de maatschappelijke betekenis van wiskundeonderwijs en in zijn didactiek-cursus [Dantzig 1929], waren vooral een uitwerking van de van de opvattingen van Mannoury. Van Dantzig was daar trouwens zelf duidelijk over. Hij noemde Mannoury nadrukkelijk als degene die dat allemaal al eerder gezegd had. In het *Euclides*-artikel verwierp Van Dantzig eveneens het idee van de vormende waarde, en daarmee ook de voorstellen van Dijksterhuis. Hij noemde dan ook de programmavoorstellen van de commissie Beth-Dijksterhuis een "te verwaarloozen kleine vooruitgang". Eigenlijk zag hij heel weinig in het toen bestaande wiskundeonderwijs. In ieder geval had het geen enkele zin om leerlingen tegen hun zin dat wiskundeonderwijs te doen ondergaan: leerlingen met gebrek aan aanleg of een tegenzin in wiskunde konden daarvan beter maar vrijgesteld worden. Alleen "wiskundeonderwijs steunend op een sterk significh en linguistisch getint taalonderwijs" had maatschappelijke waarde. Daarvan was volgens Van Dantzig geen sprake.

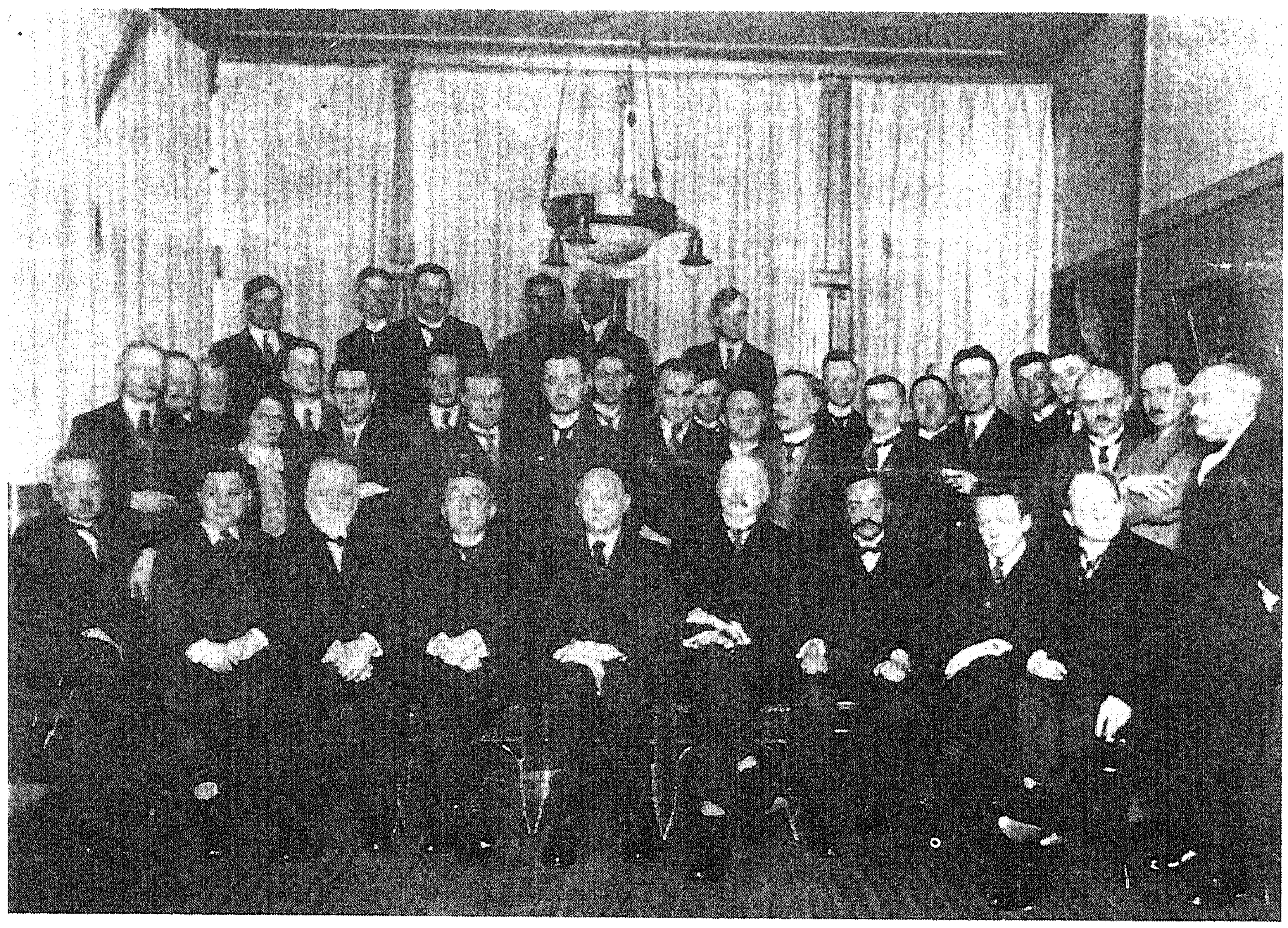
Hoe zou zulk onderwijs er dan uit moeten zien? In zijn didactiekcursus probeerde hij dat te laten zien. Niet minder dan 50 deelnemers schreven zich in voor de door Kohnstamm en Mannoury aanbevolen cursus, te geven door "drs. D. van Dantzig, een der jongere mathematici, van wien het ons bekend is, dat hij zich in 't bijzonder met studies van didaktischen en signifischen aard heeft bezig gehouden".[2] Gedurende 8 maandagavonden in februari en maart gaf hij lezingen waarin hij, weer volgens de aankondiging door Mannoury en Kohnstamm, zou laten zien dat het mogelijk was "zonder [...] al te ingrijpende veranderingen het wiskundeonderwijs eene hoogere signifische waarde te geven, en wel op een wijze die praktische verwezenlijking toestaat". De organisatoren waren er misschien toch niet zo zeker van dat dat kon, want als hoofddoel van de cursus werd nu juist omschreven: "te onderzoeken op welke wijze dit mogelijk is, en wel zooveel mogelijk binnen het kader van het huidige leerprogramma".[3]

Een ambitieuze doelstelling! In de eerste vier voordrachten behandelde Van Dantzig wat werd genoemd "een theoretisch fundament", in hoofdzaak grondbegrippen uit de significa, en daarna kwamen achtereenvol-

---

[2] Brief van Kohnstamm en Mannoury met de aankondiging van de cursus "Aan de leeraren en aanstaande leeraren in Amsterdam en omgeving", december 1928, archief Van Dantzig.

[3] Papieren betreffende de didactiekcursus in de nalatenschap Van Dantzig.



FIGUUR 3.2. David van Dantzig trok sterk de aandacht met zijn radicale opvattingen over wiskundeonderwijs. Op 26 februari 1927 hield hij een voordracht voor wiskundeleraren in hotel Terminus te Utrecht. Foto [Archief DvD]

gens de hoofdproblemen van het algebraonderwijs, de intuïtieve propedeuse, woord en beeld in het wiskundeonderwijs, en mathematische strengheid en axiomata aan de orde.
Zou Van Dantzig zijn gehoor overtuigd hebben dat de door hem gewenste radicale veranderingen werkelijk vrij eenvoudig binnen het bestaande programma te realiseren waren? Het lijkt me niet zo waarschijnlijk. De gedachte dat zoiets zou kunnen lijkt ook moeilijk te rijmen met Mannoury's bewering dat het grootste deel van het wiskundeonderwijs in die tijd eigenlijk nutteloos, ja zelfs schadelijk was.
Wel kunnen we uit de bewaard gebleven samenvattingen van de voordrachten concluderen dat Van Dantzig duidelijk partij koos voor de intuïtieve propedeuse van mevr. Ehrenfest. We kunnen ons ook wel voorstellen dat die aanpak beter aansloot bij het sterk taalkundig georiënteerde wiskundeonderwijs waar Van Dantzig met Mannoury voor stond. Zijn afkeer van een voortijdige formalisering binnen het wiskundeonderwijs blijkt ook wel uit de volgende opmerking over het stereome-

trieonderwijs: "Stellingen en defnties moeten in aanschouwelijken, niet exacte vorm aangeleerd en onthouden worden".[4]
Dat alles betekent niet dat we nu Van Dantzig toch maar tot de groep rond Ehrenfest kunnen rekenen. De intuïtieve propedeuse in de meetkunde was binnen die kring een voorbereiding voor het uiteindelijke doel: het onderwijs in de axiomatische methode. De vormende waarde van dat onderwijs bleef daarbij het centrale geloofartikel [Moor 1999, pp. 258–268]. Net als Mannoury zag Van Dantzig daar uiteindelijk niets in.
Mannoury had al in 1921 de consequenties getrokken: het traditionele wiskundeonderwijs was grotendeels zinloos en had geen maatschappelijke waarde. Alleen een totaal ander onderwijs zou zin hebben. Door die stellingname had Mannoury zich feitelijk buiten de discussies over de verdere ontwikkeling van het wiskundeonderwijs geplaatst.
Uit Van Dantzigs activiteiten en – deels ongepubliceerd of fragment gebleven – artikelen uit die tijd blijkt dat Van Dantzig daar geen vrede mee had. Hij poogde in zijn didactiekcursus te laten zien dat die omwenteling toch binnen het vigerende programma en bestel, zonder al te ingrijpende wijzigingen tot stand gebracht kon worden. Hij zocht, zoals blijkt uit een aantal ongepubliceerde studies uit zijn nagelaten archief, in de significa en zelfs in de psycho-analyse naar grondslagen voor beter wiskundeonderwijs.[5] Hij was misschien in die periode wel Mannoury's profeet, maar hij wilde duidelijk meer bereiken dan alleen een radicale afwijzing van het bestaande.
Het lijkt me niet waarschijnlijk dat hij zelf zijn zoeken en pogen werkelijk geslaagd heeft gevonden. Natuurlijk kan het feit dat hij na 1930 nauwelijks meer over de didactiek van de wiskunde schreef, heel goed verklaard worden door het feit dat zijn wetenschappelijke carrière hem geheel in beslag nam en geen tijd overliet voor zijsporen. Toen echter ruim twintig jaar later de positie van de wiskunde zelf heel anders was geworden, kwam hij op de maatschappelijke betekenis van onderwijs in wiskunde terug en vond hij wel nieuwe motieven en wegen voor een beter wiskundeonderwijs.

[4] Een aardig detail is dat volgens de bewaard gebleven deelnemerslijst ook J.H. Schogt, de auteur van een leerboek voor meetkunde waarin de axiomatische opzet tot het uiterste werd doorgedreven, tot de toehoorders behoorde. Hij zal niet erg over het gebodene te spreken zijn geweest!

[5] Dat laatste is te vinden in een studie onder de werktitel *Psycho-Genese der mathesis*, uit de omslagen "Studiën over Wiskunde-Onderwijs", archief Van Dantzig.

4. De maatschappelijke waarde van wiskundeonderwijs in nieuw perspectief

Toen Van Dantzig vijfentwintig jaar later opnieuw over de maatschappelijke betekenis van wiskundeonderwijs sprak, was dat in een geheel nieuwe situatie. Wiskunde zelf was, om in de terminologie van Alberts te spreken, een productiefactor geworden [Alberts 1998, pp. 175–177]. Daarmee was, zeker voor Van Dantzig, het maatschappelijk belang van wiskunde en dus ook van goed wiskundeonderwijs vanzelfsprekend geworden. Hijzelf had de consequentie daarvan getrokken door zijn betrokkenheid bij de oprichting van het Mathematisch Centrum en zijn wending naar de statistiek. In zijn didactische artikelen van na de oorlog ging hij dan ook uitgebreid in op de toepassingen van wiskunde op allerlei, vaak nieuwe gebieden. De eerste paragraaf van zijn artikel *The function of mathematics in modern society* [Dantzig 1955a] draagt de titel "Society's growing demand for mathematics". Als voorbeeld van zo'n moderne toepassing ging hij in op wiskundige problemen rond het voorkomen van overstromingen; het was tenslotte 1954, een jaar na de watersnoodramp.

Aan dat artikel zit trouwens in mijn ogen een merkwaardig aspect. Het is geschreven naar aanleiding van een verzoek van de ICMI[6] aan de Nederlandse subcommissie van dat orgaan. In die commissie zaten behalve Van Dantzig onder andere ook Freudenthal en E.W. Beth. Een onwaarschijnlijke combinatie! De commissie zag geen kans tot een rapport te komen, volgens het voorwoord van het uiteindelijke rapport door gebrek aan tijd. Van Dantzig schreef het rapport toen maar in zijn eentje. Dat hij werkelijk zoveel meer tijd gehad zou hebben dan de andere commissieleden, lijkt niet zo waarschijnlijk. Het lijkt meer voor de hand te liggen dat de commissie niet makkelijk tot een gezamenlijk rapport kon komen, en dat Van Dantzig de gelegenheid aangreep om zijn onmiskenbaar eigen visie naar voren te brengen.

Die visie bracht hij ook in de vakantiecursus van 1955 naar voren. Hij bleef, net als vroeger, van mening dat de vormende waarde van wiskunde een illusie was. En net als vroeger nam hij de discussie rond de vormende waarde als aanleiding om de staf te breken over het onwetenschappelijk karakter van de wiskundedidactiek. Die didactiek bestond voornamelijk uit vage en aanvechtbare beschouwingen en was op een wankele basis gefundeerd. Ik kom nog terug op wat Van Dantzig daarvoor in de plaats wilde stellen.

[6] International Commission on Mathematical Instruction.

FIGUUR 3.3. In de jaren vijftig kwam David van Dantzig uitgebreid terug op zijn visie op de diactiek van de wiskunde. Foto 1951 [Archief DvD]

Er was ook iets verdwenen. Van Dantzig sprak niet meer over de notie dat goed wiskundeonderwijs vooral *signifisch* onderwijs moest zijn, met een sterk linguïstische inslag. Ook het maatschappelijk belang van wiskundeonderwijs werd niet meer in die richting gezocht. Evenmin is nog iets te merken van de sterke belangstelling voor een filosofische en psychologische fundering van de wiskunde en het onderwijs daarin, die hij in de periode kort voor 1930 zo duidelijk bezat.
Van Dantzig had daaraan vermoedelijk geen behoefte meer. Wat rond 1930 nog niet zo duidelijk was, was dat nu immers wel: de wiskunde zelf was op allerlei terreinen van groot maatschappelijk belang geworden. Hij zette dat in nog eens helder uiteen in een lemma voor het supplement op de *Winkler Prins* onder de titel "Wiskunde, Maatschappelijke Betekenis".[7]
Die betekenis werd echter met traditionele onderwerpen uit de schoolwiskunde, zoals Euclidische en beschrijvende meetkunde en trigonometrie in het geheel niet gediend. Het wiskundeonderwijs moest daarom grondig

[7] Elders in deze bundel

herzien worden, nu niet meer in signifische richting, maar in de richting van een moderne *gebruikerswiskunde*. In zijn artikelen toonde Van Dantzig zich een duidelijk voorstander van wat we nu, tientallen jaren later, wiskundige gecijferdheid zouden noemen. Dat was voldoende voor wat hij aanduidt als de grote massa der leerlingen. "Overvoeding", en "verkeerde dieetkeuze", zoals hij het noemde, zou alleen maar tot angst voor en weerzin tegen wiskunde leiden en moest daarom vermeden worden. Alleen voor diegenen die daarvoor aanleg en interesse hebben, heeft het zin verdergaand wiskundeonderwijs te geven. Wat dat betreft, was Van Dantzigs mening na vijfentwintig jaar niet veranderd. Ook dat onderwijs moest vooral gericht zijn op het verkrijgen van een *working knowledge* van allerlei takken van bruikbare wiskunde. Dat was in van Dantzigs ogen veel belangrijker dan een overdreven aandacht voor wiskundige strengheid [Dantzig 1955b, pp. 2–6].
Die laatste overweging maakt dat het niet erg waarschijnlijk is dat Van Dantzig veel gezien heeft in de aan het eind van de jaren vijftig opkomende *New Math*-beweging. Ook die beweging werd gemotiveerd vanuit een maatschappelijke noodzaak. De kloof tussen schoolwiskunde en de moderne universitaire wiskunde moest gedicht worden. Dat de *New Math*-beweging erin in slaagde het bekende Spoetnik-effect[8] voor de introductie van hun programma's te benutten, geeft aan dat ook voor die beweging het maatschappelijk belang van wiskundeonderwijs een belangrijk argument was. Van Dantzig heeft, voorzover bekend, zich daarover niet meer uitgelaten. Het lijkt me echter erg onwaarschijnlijk dat hij de maatschappelijke betekenis van wiskunde-onderwijs in die richting zou hebben willen zoeken.

5. Contouren van een ander wiskundeonderwijs

Van Dantzigs ideeën over een vernieuwd wiskundeonderwijs waren gebaseerd op twee pijlers. In de eerste plaats moest er een vergaande inhoudelijke vernieuwing tot stand gebracht worden in de richting van de hiervoor al genoemde gebruikerswiskunde. Het is niet verbazingwekkend dat Van Dantzig daarin voor het statistiek-onderwijs een belangrijke plaats zag weggelegd. De voorstellen van de WIMECOS-commissie om statistiek in het nieuwe HBS-/gymnasium-programma op te nemen vond hij een belangrijke stap vooruit. Het uiteindelijk schrappen van dit

[8] Door de lancering van de Spoetnik, de eerste Russische kunstmaan, in 1957, ontstond er vooral in Amerika angst voor een wetenschappelijke achterstand op het communistisch blok en was men bereid geld in onderwijsvernieuwing te inversteren.

onderdeel uit de plannen moet een teleurstelling voor hem zijn geweest. Voor de grootste groep van leerlingen was, zoals hij het formuleerde, "een voldoende vertrouwdheid met eenvoudige algebraïsche formules, functies, grafieken, statistieken en statistische samenvattingsgetallen" toereikend [Dantzig 1955b, pp. 2–3]. Die leerlingen die een (semi-) universitaire studie willen volgen waarbij wiskunde van pas kan komen, moesten op deze gebieden een wat verdergaande technische vaardigheid verwerven. Alleen voor degenen die een "aan de wiskunde nauw verwante studierichting" zouden willen volgen, moest een dieper gaande cursus verplicht worden gesteld.

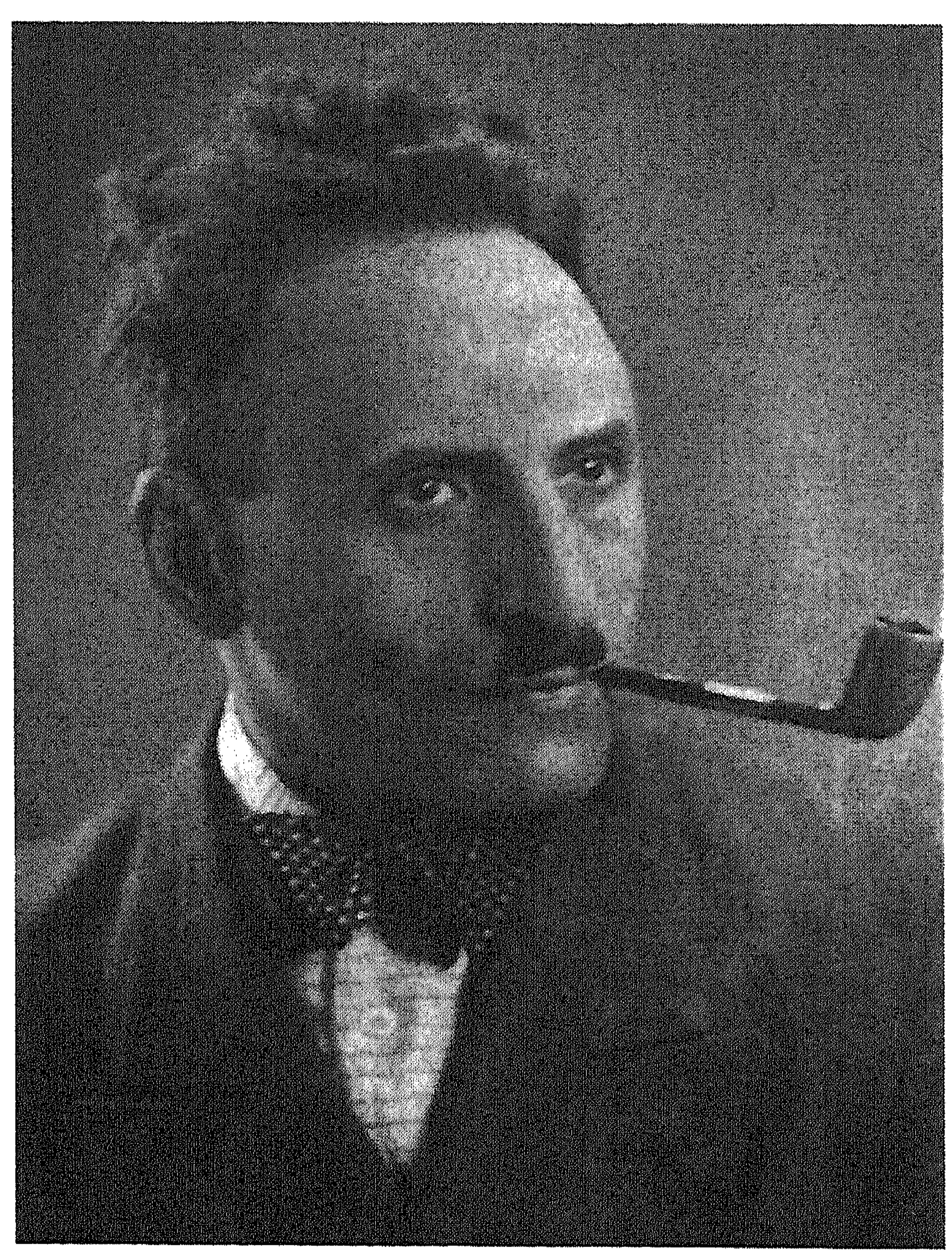
Het sleutelwoord bij dit alles was *differentiatie*: het verplicht stellen van eenzelfde programma voor iedereen, zonder rekening te houden met de beoogde vervolgopleiding of beroep, vond Van Dantzig dwaasheid. In principe moest iedere leerling een bij hem passend vakkenpakket kunnen samenstellen, waarbij ook de leervakken zelf zouden zijn opgedeeld in verschillende *courses*, sommige verplicht, andere als keuzemogelijkheid. Van Dantzig verwees daarbij expliciet naar het Amerikaanse High School-systeem.

Naast een andere inhoud was ook een andere didactische fundering noodzakelijk; de tweede pijler in zijn voorstellen. Die ziet hij in de formulering van operationele en toetsbare *doelstellingen*. Door hiermee te gaan werken zou het eindelijk mogelijk worden verlost te worden van de eindeloze sommencultuur en kon het door Van Dantzig verfoeide eindexamen anders worden ingericht. "Dat men dit laatste zou willen afschaffen durf ik niet te hopen", zo voegt hij daar aan toe! [Dantzig 1954, p.66] Het zou dan ook mogelijk worden om het wiskundeonderwijs, "dat massaproduct", aan een behoorlijke kwaliteitscontrole – Van Dantzig gebruikte de term expliciet – te onderwerpen. Zo kon "een behoorlijk evenwicht tussen de "opbrengst", gedifferentieerd naar verschillende behoeften en de "kosten", in de vorm van onderwijs- en leeruren", bereikt worden [Dantzig 1954, p. 67]. Die gedachte was wel een uiterste consequentie van de drang naar planning en berekening die in de jaren vijftig zo dominant aanwezig was.

6. Van Dantzig en het wiskundeonderwijs: een evaluatie

In de herdenkingsrede [Freudenthal 1960] die Freudenthal in de vergadering van november 1959 voor het Wiskundig Genootschap naar aanleiding van Van Dantzigs plotselinge overlijden uitsprak, besteedde hij ook enige aandacht aan zijn didactische activiteiten. Freudenthal had Van Dantzigs artikelen van 1927 en 1929, over de maatschappelijke be-

tekenis van wiskundeonderwijs en over het mechanicaonderwijs, al vóór zijn komst naar Nederland gelezen en ze hadden, naar zijn eigen zeggen, een grote indruk op hem gemaakt. Door hun "onderwijskundig revolutionair elan" waren ze, aldus Freudenthal in 1959, toen nog even actueel als dertig jaar daarvoor. In zijn herinneringen merkt Freudenthal elders op dat hij "van meet af aan, voor zover ik me kan herinneren, de vormende waarde van wiskunde-onderwijs (heeft) ontkend" [Freudenthal 1987, p. 359]. Het is niet onwaarschijnlijk dat Van Dantzig bij het ontstaan van die opvatting toch wel een rol heeft gespeeld. In zijn herdenkingsrede van 1959 noemt Freudenthal namelijk Van Dantzigs opvattingen over de waarde van wiskunde als middel tot logisch leren denken – en dan hebben we het dus over die vormende waarde – "zeer de moeite waard."[Freudenthal 1960, p. 61] Die opvatting, namelijk dat wiskunde die vormende waarde helemaal niet bezat, uitte Van Dantzig al in zijn Euclides-artikel van 1927, dat op de toen pas 22-jarige Freudenthal zo'n grote indruk maakte.
Er is nog een ander fragment in Freudenthals herinneringen, waarbij



FIGUUR 3.4. H. Freudenthals visie op het wiskundeonderwijs vertoont op onderdelen overeenkomst met die van Van Dantzig. Foto bijlage *Euclides* [Archief CWI]

hij overigens Van Dantzig niet met name noemt, dat doet denken aan een van Van Dantzigs vroege artikelen, in dit geval het artikel over het mechanicaonderwijs [Dntzig 1929c]. Dat is waar Freudenthal schrijft over de rol van de realiteit bij het ontwikkelen en leren van wiskunde: een voortdurende wisselwerking tussen wiskunde en werkelijkheid. Dat idee is de kiem van wat Freudenthals essentiële bijdrage aan het wiskundeonderwijs is geworden: het realistisch wiskundeonderwijs. Wat Van Dantzig in 1929 schreef over goed mechanicaonderwijs komt in wezen op hetzelfde neer [Dantzig 1929c]. Freudenthal schrijft op andere plaatsen in zijn herinneringen dan ook met waardering over de gesprekken die hij met Van Dantzig in het begin van de jaren '30 over wiskundeonderwijs had. Hij stelt zelfs dat de "na-oorlogse ontwikkelingen [...] Van Dantzig in het gelijk hebben gesteld" [Freudenthal 1987, p. 342].
Het lijkt me dan ook niet te gewaagd te veronderstellen dat de ideeën van Van Dantzig van rond 1930 een belangrijke invloed moeten hebben gehad op de ontwikkeling van het didactisch gedachtengoed van de vijf jaar jongere Freudenthal. Zonder het werk van de laatste zou het Nederlandse wiskundeonderwijs er bepaald anders hebben uitgezien. Via Freudenthal hebben de ideeën van Van Dantzig hun uitwerking in het Nederlandse onderwijs niet gemist.
Toch is daarmee niet alles gezegd. In zijn publicaties van de jaren vijftig legde Van Dantzig een ander accent op de maatschappelijke betekenis van wiskundeonderwijs. Zijn ideeën hebben dan een sterk pragmatische inslag. Voor de meeste leerlingen volstaat enigerlei vorm van gebruikerswiskunde, en is een *working knowledge* voldoende. Verder legde hij de nadruk op de doelstellingen- en differentiatie-problematiek, culminerend in zijn voorstel meer aandacht te besteden aan de vraag wat wiskundeonderwijs nu eigenlijk kostte, en wat het nu eigenlijk opbracht. Van Dantzig stelde voor dit probleem te behandelen als een "decisieprobleem" en noemde het zelfs "voor ons, wiskundigen, een ereplicht" om er op die manier mee om te gaan [Dantzig 1954, p. 67].
De manier waarop Van Dantzig hier en in enkele andere artikelen over (wiskunde-) onderwijs schrijft, doet al enigszins denken aan opvattingen die A.D. de Groot een tiental jaren later ging verkondigen. De nadruk op doelstellingen en toetsbaarheid, de suggestie dat we van het Amerikaanse High School-systeem wel eens het een en ander zouden kunnen leren, de aandacht voor het rendement van onderwijs, dat alles komt in De Groots befaamde *Vijven en Zessen* [Groot 1974] uitvoerig terug. De invloed van Van Dantzig op De Groots gedachten rond modelvorming en de methodologische cyclus is een thema dat elders thuishoort, maar ik

hier wel zou de suggestie willen doen dat ook Van Dantzigs onorthodoxe ideeën over de maatschappelijke betekenis van onderwijs op De Groot van invloed zijn geweest.
Intussen moeten we wel vaststellen dat, in ieder geval in het wiskundeonderwijs, de aandacht voor doelstellingen, objectieve studietoetsen en voor de vraag van wat nu eigenlijk het rendement van al dat wiskundeonderwijs is, niet blijvend is geweest. Het is ook zeker geen toeval dat Freudenthal wel met waardering sprak over de didactische opvattingen van Van Dantzig rond 1930, maar zijn artikelen rond 1955 niet noemde. Wie de lijst van tientallen titels van Freudenthals didactische publicaties[9] doorleest, komt daarin uitdrukkingen als "de maatschappelijke betekenis" niet tegen. Freudenthals belangrijkste werk heet veelzeggend: *Mathematik als Paedagogische Aufgabe*, en daaruit blijkt toch een heel andere benadering van het wiskundeonderwijs dan bij Van Dantzig. In de jaren vijftig spreekt Van Dantzig niet meer over wiskunde als opvoedingsmiddel, maar gaat het hem om het belang dat wiskunde, en daarom ook goed en vooral effectief wiskundeonderwijs, heeft voor de maatschappij.
Zo beschouwd was Van Dantzig een typische vertegenwoordiger van de planmatige, op maatschappelijke wederopbouw gerichte jaren vijftig, en is het helemaal niet toevallig dat Freudenthals ideeën doorbraken in de jaren zeventig, toen de ontplooiing van het individu het hoogste goed was.

Van Dantzigs invloed op de didactiek van het wiskundeonderwijs is dus hooguit indirect geweest. De inhoud van grote delen van de nieuwe examenprogramma's van HAVO en VWO zou hem vermoedelijk wel bevallen. Vanuit het individu bezien is de maatschappelijke betekenis van wiskundeonderwijs zeker sterk toegenomen. De vraag echter of de betekenis van dat onderwijs voor de maatschappij zelf in verhouding staat tot wat dat onderwijs de maatschappij kost – en die vraag was voor Van Dantzig uiterst relevant – heeft echter de afgelopen decennia geen enkele aandacht gekregen. Dat wil zeggen: niet voor het middelbaar onderwijs. Iedereen weet dat voor het hoger onderwijs die vraag de afgelopen tijd juist steeds indringender is gesteld. Je zou zo denken dat die vraag ook voor het middelbaar onderwijs, en voor het aandeel van het wiskundeonderwijs daarin, vroeg of laat toch weer actueel zal worden. Misschien dat dan nog eens gezegd kan worden dat ook in dat opzicht David van Dantzig, om Freudenthal nog een keer aan te halen, door latere ontwikkelingen

[9] Te vinden op de website van het Freudenthal Instituut.

in het gelijk is gesteld.

Ik kom nog een keer terug op de titel van een van de allereerste artikelen van Van Dantzig: "De maatschappelijke waarde van onderwijs in wiskunde". Er ontbreken, om het zo eens te zeggen, in die titel twee lidwoorden. Van Dantzig had ook kunnen spreken over "het" onderwijs in "de" wiskunde. Dat deed hij, ongetwijfeld opzettelijk, niet.[10] "Het" onderwijs, en "de" wiskunde suggereert een vaststaand geheel, van vormen en inhouden van onderwijs en wiskunde, en daar geloofde hij nu juist niet in. Dat deed hij niet in 1930, en dat deed hij evenmin in 1955. Het onderwijs en de wiskunde waren voor hem niet absoluut. Absolute waarde, om hier toch ook nog eens een wiskundige term te gebruiken, had voor hem alleen de maatschappelijke betekenis van die twee.

LITERATUUR

[Alberts 1998] *Jaren van berekening. Toepassingsgerichte initiatieven in de Nederlandse wiskundebeoefening 1945-1960*, G. Alberts. Amsterdam: Amsterdam University Press, 1998.

[Berkel 1996] *Dijksterhuis. Een Biografie*, K. van Berkel. Amsterdam: Bakker, 1996.

[Dantzig – a] *Studiën over Wiskunde-Onderwijs*, D. van Dantzig. z.j. (ongepubliceerd typo-script, archief Van Dantzig).

[Dantzig – b] *Wiskunde, Maatschappelijke Betekenis*, D. van Dantzig. z.j., maar na februari 1953, vermoedelijk bestemd voor een supplement op de *Winkler Prins*, Archief Van Dantzig.

[Dantzig 1927] 'De maatschappelijke Waarde van onderwijs in wiskunde', *Euclides* **3** (1927), pp. 187–197.

[Dantzig 1929a] *Aantekeningen voor een cursus Didaktiek van de Wiskunde, gegeven aan het Nutsseminarium voor Paedagogiek te Amsterdam*, D. van Dantzig (1929) (ongepubliceerd typoscript, archief Van Dantzig).

[Dantzig 1929b] *Studiën over Wiskunde-Onderwijs*, D. van Dantzig. [twee omslagen met manu- en typoscrypten van merendeels ongepubliceerde en soms onvoltooide voordrachten en artikelen over de didactiek van de wiskunde] rond 1928-1930, Archief Van Dantzig.

[Dantzig 1929c] 'Woord en Werktuig (De strijd om het mechanica-

[10] In één van de handgeschreven versies in het archief spreekt Van Dantzig in de titel één keer over "de" wiskunde!

onderwijs)', D. van Dantzig. *Euclides* **5** (1929), pp. 86–102.

[Dantzig 1929d] 'De "Putschversuch" der Nederlandse Natuurkundige Vereeniging', D. van Dantzig. *Weekblad voor Gymnasiaal en Middelbaar Onderwijs* **25** (1929), pp. 870–878.

[Dantzig 1929e] 'Eigenschappen van de deelbaarheid', D. van Dantzig. *Euclides* **5** (1929), pp. 84–85.

[Dantzig 1932] 'Over de elementen van het wiskundig denken' [openbare les], D. van Dantzig. *Euclides* **9** (1932), pp. 102–116.

[Dantzig 1938] *Vragen en schijnvragen over ruimte en tijd. Een toepassing van den wiskundigen denkvorm* (inaugerele rede), D. van Dantzig. Groningen 1938.

[Dantzig 1940] 'Korrel' (nr. XLIV), D. van Dantzig. *Euclides* **16** (1940), pp. 142–144.

[Dantzig 1945] 'Toespraak tot de Delftse studenten', D. van Dantzig. *Het Orakel van Delft* 1, **2** (1945), pp. 2–4.

[Dantzig 1947] 'Toespraak gericht tot Prof. Mannoury ter gelegenheid van zijn tachtigste verjaardag', D. van Dantzig. *Euclides* **23** (1947), pp. 27–37.

[Dantzig 1948] 'Over de maatschappelijke functie van zuivere en toegepaste wetenschappen', D. van Dantzig. *De Functie der Wetenschap*, Den Haag: 1948.

[Dantzig 1949] 'Blaise Pacal en de betekenis der wiskundige denkwijze voor de studie van de menselijke samenleving' [inaugurele rede], D. van Dantzig. *Euclides* **25** (1949), pp. 203–232.

[Dantzig 1953] 'Het Wiskundig model in de ervaringswetenschappen', D. van Dantzig. *Euclides* **29** (1953), pp. 35–41.

[Dantzig 1954] 'Wiskundige consultatie in de praktijk', D. van Dantzig. *Euclides* **30** (1954), pp. 53–67.

[Dantzig 1955a] 'The function of Mathematics in Modern Society and its Consequences for the Teaching of Mathematics', edition of the Subcommittee of the Netherlands of the International Commission on Mathematical Instruction, Series I, D. van Dantzig. *Euclides* **31** (1955), pp. 88–102, en: *l'Enseignement Mathématique*, tome I, 1–3, 1955.

[Dantzig 1955b] *Enige prolegomena voor een wetenschappelijke didaktiek van wiskunde en statistiek* (vakantiecursus 1955), D. van Dantzig. Rapport S181 van het MC, Amsterdam 1955.

[Dantzig 1957] 'Gerrit Mannoury's significance for mathematics and its foundations', D. van Dantzig. *Nieuw Archief voor Wiskunde* (3) **5** (1957), pp. 1–18.

[Freudenthal 1960] 'In memoriam David van Dantzig', H. Freudenthal. *Nieuw Archief voor Wiskunde (3)* **VIII** (1960), pp. 57–73.

[Freudenthal 1987] *Schrijf dat op, Hans. Knipsels uit een leven*, H. Freudenthal. Amsterdam: Meulenhoff Informatief, 1987.

[Groot 1974] *Vijven en zessen. Cijfers en beslissingen. Het selectieproces in ons onderwijs*, A.D. de Groot. Groningen: Tjeenk Willink, 1974 [8e druk].

[Hemelrijk1959] 'In Memoriam Prof. Dr. D. van Dantzig', J. Hemelrijk. *Statistica Neerlandica* 13, **4** (1959), pp. 416–432 [met lijst van publicaties].

[Klomp 1997] *De Relativiteitstheorie in Nederland. Breekijzer voor democratisering in het interbellum*, H. A. Klomp. Utrecht: Epsilon Uitgaven, 1997.

[Mannoury 1909] *Methodologisches und Philosophisches zur Elementar-Mathematik*, G. Mannoury. Haarlem: Visser, 1909.

[Mannoury 1917] *Over de sociale betekenis van de wiskundige denkvorm* [inaugurele rede UvA], G. Mannoury. Groningen: Noordhoff, 1917.

[Mannoury 1920] 'Een mening over wiskunde-onderwijs aan gymnasia en HBS', G. Mannoury. *Weekblad voor gymnasiaal en middelbaar onderwijs* **17** (1920), pp. 54–56.

[Mannoury 1921] 'Kunst en Techniek in de Mathesis', G. Mannoury. *Weekblad voor gymnasiaal en middelbaar onderwijs*' **17** (1921), pp. 360–364.

[Mannoury 1924] *Wiskunst, filosofie en Socialisme*', G. Mannoury. Groningen, 1924.

[Mannoury 1931] *Woord en Gedachte. Een inleiding tot de signifika inzonderheid met het oog op het onderwijs in de wiskunde*, G. Mannoury. Groningen: Noordhoff, 1931.

[Mannoury 1947] *Handboek der Analytische Signifika*, G. Mannoury. Bussum: Kroonder, 1947.

[Moor 1999] *Van vormleer tot realistische meetkunde*, E.W.A. de Moor. Utrecht: Centrum voor Didactiek van Wiskunde en Natuurwetenschappen, 1999.

[Rutgers 1934] *Ons Middelbaar en Voorbereidend Hooger Onderwijs*, J.G. Rutgers. Delft: z. uitg., 1934.

[Wansink 1968] *Didactische Oriëntatie*, J. Wansink. Groningen: 1968.

Proceedings Symposium *Van Dantzig 2000* pp. 59 – 71

Hoofdstuk 4

Moderne wiskunde

Interview met N.G. de Bruijn, 23 juni 2000 door G. Alberts

N.G. de Bruijn was in 1940 enkele maanden assistent bij D. van Dantzig aan de Technische Hoogeschool in Delft. Later was hij diens opvolger, bij Van Dantzigs tweede vertrek uit Delft in 1946, en in Amsterdam waren ze collega's van 1952 tot 1959. Ze waren geestverwanten in vernieuwing van de wiskunde-beoefening, speciaal na de Tweede Wereldoorlog, zonder dat het direct tot samenwerking kwam. Het was meer zo dat De Bruijn in Delft na Van Dantzigs vertrek denkbeelden ten uitvoer bracht die evengoed van Van Dantzig hadden kunnen zijn. Het gesprek gaat ook over "moderne" wiskunde, die volgens De Bruijn met Freudenthal en Kloosterman in Nederland binnenkwam.

1. Aktes

Wat De Bruijn minder zichtbaar verbond met Van Dantzig, en overigens ook met H.D. Kloosterman, was dat ze langs de weg van de onderwijsaktes K I, K V tot de wiskunde gekomen waren. De universiteit was niet zonder meer toegankelijk voor iedereen, zelfs niet voor iemand die de HBS in vier jaar deed. 'Mogelijk dat we daardoor iets gemeen hadden, maar ik ben me daarvan indertijd niet bewust geweest. Ik deed eindexamen in 1934. Hoewel ik een lijst had met 1 tien en 6 negens lukte het me niet om een studiebeurs te krijgen, zelfs niet een renteloos voorschot. Ik heb twee jaar lang thuis gezeten als werkloze en in de tussentijd had ik toevallig de beschikking over een aantal wiskundeboeken voor de studie K I en K V. Ik heb heel hard gewerkt en na twee jaar was ik volledig bevoegd leraar met K V in mijn zak.'

'Dat ik staatsexamen HBS deed na *vier* jaar was misschien een stukje prestatiedrang. Ik had een zuster en een broer die het allebei ook hadden gedaan als extraneus. Drie in de familie hebben eindexamen HBS gedaan en alledrie extraneus. Mijn oudste zuster ging, nadat ze gezakt was voor haar eindexamen, het volgende jaar naar de kweekschool en vandaar uit deed ze als extraneus eindexamen. Verder had ik een broer die bleef zitten in de vierde klas. Hij was heel knap, hoor, maar hij componeerde

FIGUUR 4.1. N.G. de Bruijn bij zijn aantreden als hoogleraar in Delft. Foto 1946, bijlage *Euclides* [Archief CWI]

veel en had z'n hele jaar in de vierde klas besteed aan het schrijven van symphonieën. Hij zei toen: "Nou ja, dan ga ik volgend jaar lekker toch eindexamen doen." Dat heeft hij gedaan en hij heeft het gehaald. Toen dacht ik op mijn beurt: als dat zo kan, moet ik het ook meteen kunnen. Dus het was een zekere familietraditie...

De tijden waren natuurlijk grimmig. Wilde je iets bereiken, dan moest je iets laten zien; dan moet je er bovenuit zien te steken. Het was dus niet zozeer prestatiedrang, maar een combinatie van het hebben van de mogelijkheden en de wil om het ook te doen.

Ja, ik woonde ook in Den Haag. Dat maakte ook dat ik eigenlijk al die dingen kon doen. Had ik bijvoorbeeld in Appingedam gewoond, dan zou ik geen eindexamen hebben kunnen doen. Je kon zomaar niet ergens in een hotel gaan, je was natuurlijk straatarm. Maar doordat het allemaal binnen Den Haag was, kon ik gewoon met de tram of lopend naar de examens toe.'

U hebt eens gezegd dat Schuh via zijn leerboeken echt een leermeester voor u was.

'De middelbare akte-opleiding heeft me een verschrikkelijke hoop oude wiskunde gegeven. Daar heb je achteraf ook plezier van doordat je zowel ouderwetse als moderne dingen kent. Vooral die *Hoogere Algebra* van Schuh die ik voor het K I had, was een heel nauwkeurig boek waaruit ik de taal van de wiskunde heb leren spreken — beter dan ik het ooit ergens anders zou hebben geleerd. Als je op schriftelijk onderwijs bent aangewezen, ben je heel sterk taalgericht. Dat ben ik altijd gebleven.

Het hindert niet, dat je die taal op dat moment met niemand spreekt. Je leest het wel en je probeert het ook te schrijven. Je wordt ermee overgoten. Kloosterman zat in de examencommissie voor het K I en vertelde me later, dat hij daar nog nooit iemand had meegemaakt die zich wiskundig zo nauwkeurig uitdrukte.

Ik weet nog dat ik voor het K V een studieboek had van Hendrik de Vries, een man die veel gemakkelijker en veel oppervlakkiger schreef. Ik noteerde in de marge aldoor kritiek op de manier waarop het gezegd werd en dat sommige dingen niet helemaal klopten.

De voorzitter (Van Andel) van de examencommissie voor het K V vroeg me na afloop waarom ik geen beurs aanvroeg om wiskunde te studeren. Ik antwoordde dat ik dat wel had gedaan, maar zonder succes. "Vraag het nog maar eens aan", was zijn reactie. Toen had ik binnen een week een renteloos voorschot van het ministerie. Het was al eind oktober, maar ik kon alsnog met het eerste jaar beginnen. Het was een hele schok dat ik in Leiden aankwam en bij mijn naam werd aangesproken. Kloosterman wist nog van het K I examen, een jaar eerder, wie ik was.'

2. Het gloren van de moderne wiskunde

Dus nog voor u student was, had voor u de grote onderwijzer, Hk. de Vries, afgedaan als te slordig?

'Voor wiskundigen, maar voor fysici was hij natuurlijk fantastisch. Hij had niet de stijl van Landau en Hardy en daar had Schuh wel wat van.'

Was Schuh niet ook een ouderwets wiskundige?

'Ja, maar ook verschrikkelijk degelijk en wat heet ouderwets... Hij deed zelfs in 1905 wat aan groepentheorie; dat was toen toch al heel wat. Bovendien kwam ik in Leiden terecht, waar de opleiding ook nog verschrikkelijk ouderwets was, met Van der Woude en Droste.'

In Leiden waren toch juist de moderne fysici actief?

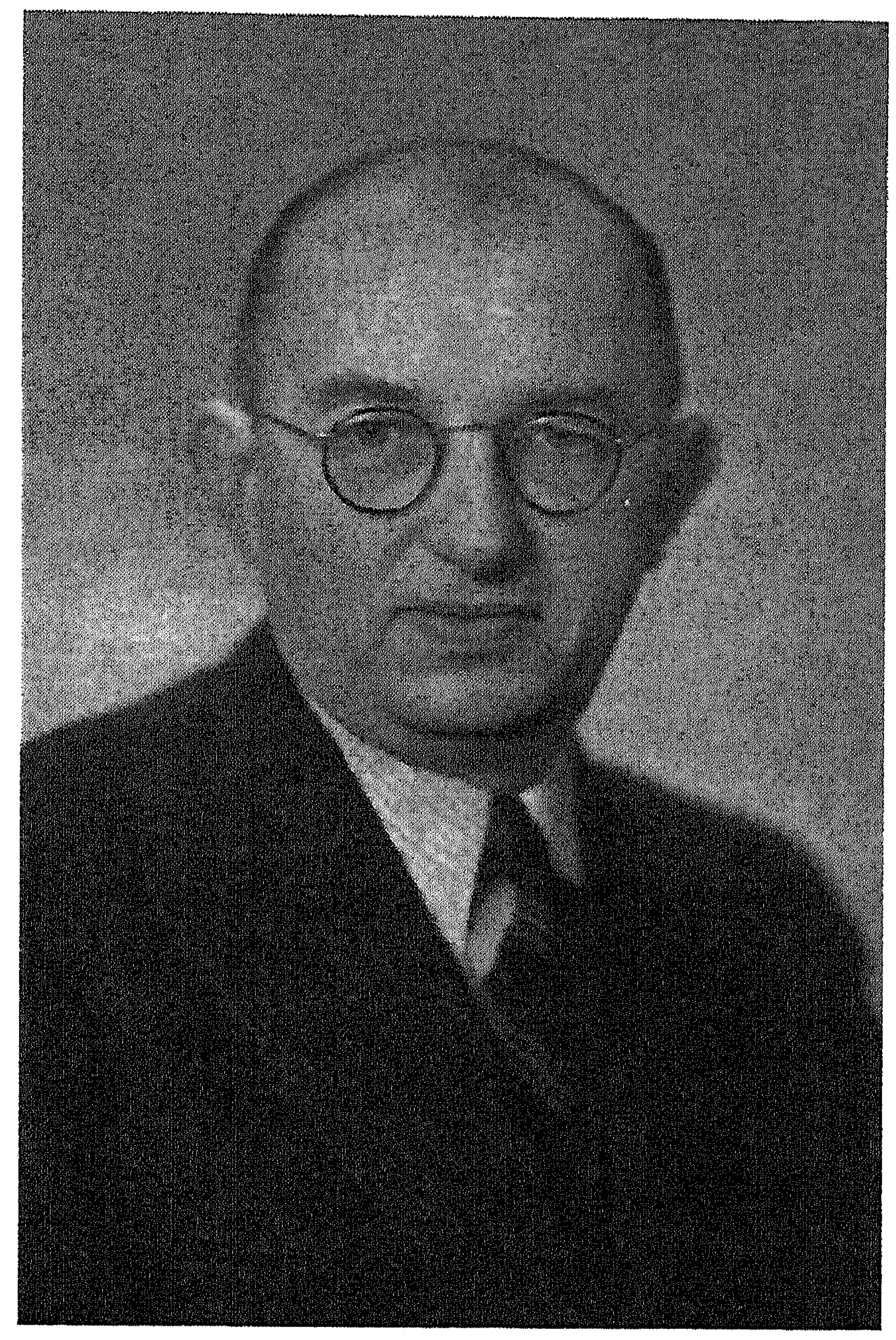
'Zeker, maar de wiskunde die ze leerden, was heel ouderwets. Ik leerde natuurlijk ook nog wel wat wiskunde van de fysicus H.A. Kramers, maar de behandeling van de quantummechanika was toch een beetje hocus-pocus... Er werden wat formules opgeschreven en dan werd er weer een grote sprong gemaakt.

Nederland was in de wiskunde verschrikkelijk ouderwets tot 1930, toen H.D. Kloosterman terugkwam uit Duitsland en H. Freudenthal aankwam uit Berlijn. Van Brouwers topologie merkte je in het onderwijs niet een-twee-drie iets, zeker niet buiten Amsterdam. Over het intuïtionisme heeft Brouwer nooit college gegeven. Brouwer gaf een bijzonder algemeen college over 'méchanique céleste' — je zou dat gewoon niet verwachten — en dat liep over drie jaar. Dan moest je het geluk hebben dat je in het eerste jaar binnenkwam, anders moest je twee jaar wachten voor je kon beginnen. B.L. van der Waerden stond met zijn *Moderne Algebra* wel voor een moderne visie op de wiskunde, maar hij heeft in Nederland nauwelijks een rol gespeeld. Hij was hooguit twee jaar hoogleraar in Groningen.'

De moderne wiskunde was dus in Nederland op een aantal plekken aanwezig, maar manifesteerde zich niet in het onderwijs?

'Nee. Kloosterman gaf zijn beroemde capita selecta. Dat waren colleges die hij buiten het onderwijsprogamma gaf, waar ook geen tentamens aan vast zaten. De inhoud veranderde van jaar tot jaar. Dat waren moderne dingen: abstracte algebra, grondslagen van de quantummechanica. Hij deed alles heel sterk in detail. Het werd van het begin af aan opgebouwd.

J.A. Schouten was op zijn manier natuurlijk ook modern met de Ricci-calculus en hij had veel connecties. Schouten was ook een belangrijk centrum voor de wiskunde in Nederland, want hij was van de actieve wiskundigen de enige die assistenten had. Op die assistentplaatsen zaten werkelijk heel goede mensen en een daarvan was Van Dantzig. Anderen waren Van Kampen, de topoloog, Struik, Haantjes, mw. Van Aardenne-Ehrenfest en in mijn tijd Van der Kulk, het waren echt de allerbeste jonge wiskundigen die daar assistent werden. In zekere zin was Schouten



FIGUUR 4.2. H.D. Kloosterman, vanaf 1930 lector, vanaf 1947 hoogleraar aan de Rijksuniversiteit Leiden. Foto bijlage *Euclides* [Archief CWI]

ouderwets en in zekere zin was hij modern. Hij was ook geen volledige wiskundige: hij was elektrotechnisch ingenieur geweest en als zodanig was hij met vectoranalyse beziggeweest. Toen kwam hij in contact met Felix Klein en die zag heel wat in die jongeman. Wiskundig gezien was hij modern in het begin van de twintigste eeuw. Schouten wist toch van de meeste wiskunde niet veel af: hij kende ook vrijwel geen analyse.'

En J.G. van der Corput was een echte ouderwetse getaltheoritcus?

'Hij was meer analyticus; modernere ontwikkelingen, daar deed hij toch niet aan.

Wat Kloosterman, Freudenthal en Van Dantzig hadden, was dat ze die moderne wiskunde integreerden in het geheel. Het was niet zo dat ze een enkel ding hadden dat perfect nieuw was, zoals Schouten dat had. Ze overzagen het geheel en daar groeiden en bloeiden ze in. Van der Waerden had dat ook. Van der Corput en Schouten waren in dat opzicht toch stukken minder.'

3. INTERLOKAAL

Dat integreren van verschillende benaderingen karakteriseert die mensen — en uzelf ook — het waren echt wiskundige alleseters. Van der Waerden was aan de ene kant met moderne algebra en groepentheorie bezig en Van Dantzig met de topologische algebra en aan de andere kant met mathematisch-fysische dingen.

'Dat zat ook in de tijd: er waren nauwelijks specialisaties in de opleidingen. Wat Van Dantzig betreft, hij was een allesbeginner: hij begon overal aan. Hij maakte ontzettend weinig dingen goed af. Hij was gewoonlijk bezig met een paar boeken te schrijven, maar ik geloof niet dat er ooit een verschenen is.

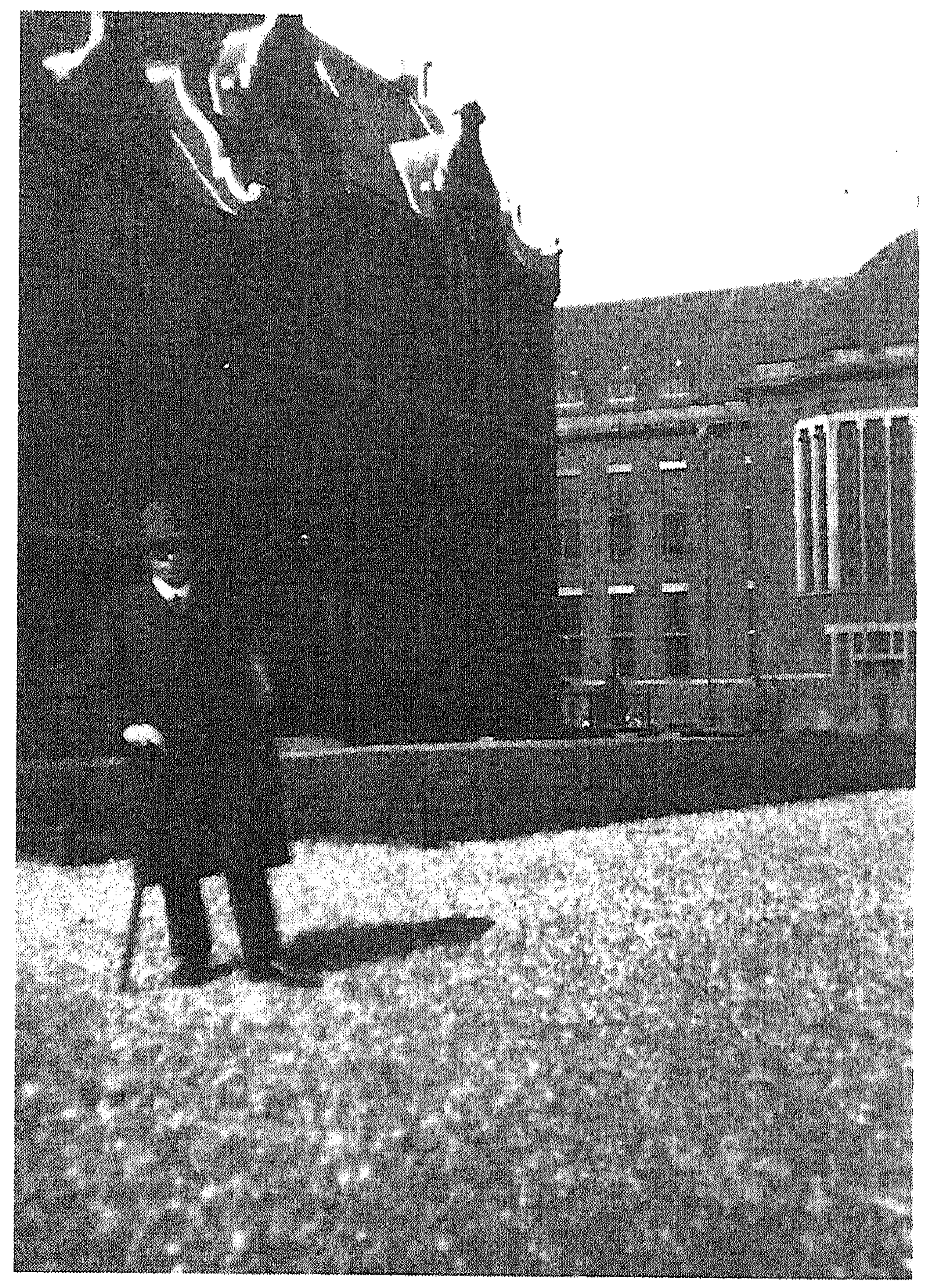
Van Dantzig heeft een geweldige aanzet gegeven aan de statistiek en aan de maatschappelijke rol van de statistiek. Daar zag hij het belang van in, dat propageerde hij en daar vocht hij voor.

Het was 1939, de oorlog was net begonnen, ik had mijn kandidaats gehaald, toen ik werd opgebeld door Van der Woude met de mededeling dat er in Delft een assistentsplaats vrij was. Dat was al een hele bedoening, een interlokaal telefoongesprek, dan ging die bel heel lang, iedereen kwam aanrennen en zo.

Het eerste jaar, 1939–1940, was ik niet speciaal aan iemand verbonden als assistent. Johan de Iongh was assistent bij Van Dantzig. Toen hij wegging, kwam ik in augustus 1940 bij Van Dantzig . Het heeft maar geduurd tot november van dat jaar, toen Van Dantzig werd ontslagen. Toen ik dat voor het eerst hoorde, was dat uit zijn eigen mond. Dat zal ik nooit vergeten.

Heel veel dingen gingen na mei 1940 gewoon door. Nou ja, wij waren daar op Jaffa, het terrein van onze afdeling, gebombardeerd. Jaffa was een paar weken voor 10 mei door het gemobiliseerde Nederlandse leger in beslag genomen. Er was vantevoren een programma vastgesteld, dat Schouten keurig had uitgereikt en waarbij aan iedere sergeant twee assistenten werden toegevoegd zodat de assistenten mee mochten doen aan de verhuizing van onze spullen. Maar toen die troep daar binnenkwam, trokken ze zich van Schouten en zijn assistenten helemaal niets aan en ze braken alles kort en klein.

Wij zijn toen verhuisd en hebben maanden in het gebouw van mijnbouwkunde en technische fysica gezeten. Dat was dus wel wat rommelig, maar verder ging het onderwijs gewoon door, tot 1941. In 1942/43 was er de tekenkwestie en de rommel daaromheen. Toen nam het aantal studenten



FIGUUR 4.3. D. van Dantzig voor het gebouw van de TH in 1938. Foto [Archief DvD]

ook af. Het was een heel rommelige vertoning in die tijd.

Na het ontslag van Van Dantzig in 1941 werd O. Bottema benoemd als zijn opvolger. Om de pil voor Bottema te vergulden zei men toen dat het de leerstoel-Versluys uit 1935 was'

Wat extra pijnlijk was, omdat die aanvankelijk niet opgevulde leerstoel in in twee fasen in 1938 en 1940 verzilverd was voor de benoeming van Van Dantzig.

'en hij kreeg gelijk mij erbij als assistent.'

4. ASSISTENT VAN VAN DANTZIG

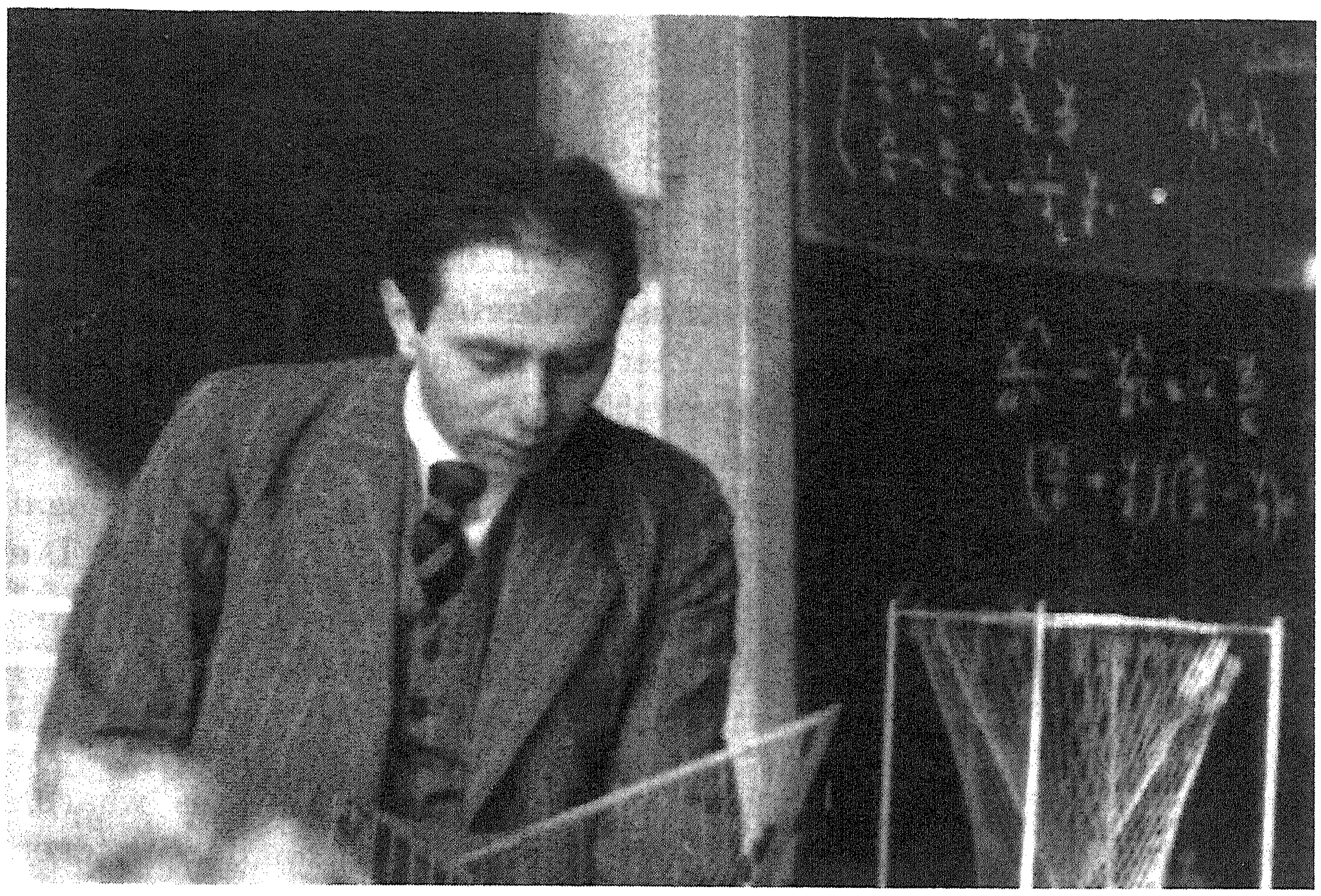
'Over die korte tijd dat ik bij Van Dantzig assistent was, is weinig bijzonders te melden. Assistenten waren toch betrekkelijk vrijgestelde mensen die werden beschouwd als jongeren in opleiding. Ik heb er vijf jaar gezeten, ik heb er mijn promotie gedaan en ook nog een boek geschreven — dus ik had ook nog wel wat vrijheid.

Van Dantzig had wel zo wat dingen die hij aan mij vroeg. Een ding is wel interessant om te vermelden. Er was een probleem uit de statistische mechanica dat in die tijd rondging. Iemand had het aan Kloosterman voorgelegd en die had het uitgewerkt tot een geweldig grote n-voudige integraal en vervolgens kwam het probleem bij Van Dantzig terecht, misschien via Kramers of Kronig. Van Dantzig had een assistent die goed was in analyse, dus hij zei: "Probeer jij die integraal maar eens uit te rekenen". Hij zei me niet waar het vandaan kwam. Ik had alleen maar *zo'n* grote integraal voor m'n neus, een geweldige uitdrukking. Nou ja, die had ik na een week gekraakt. Dat wil zeggen, gekraakt, ik had er precies uit gekregen wat het oorspronkelijke probleem was. Oorspronkelijk was het natuurlijk een combinatorisch probleem geweest, waarbij het ging om het aantal oplossingen. Kloosterman had het combinatorische probleem omgezet in een integraal en ik had het weer teruggedaan ...

Dan had ik voor Van Dantzig te maken met beschrijvende meetkunde. Hij gaf dat college en deed dat allemaal veel te moeilijk. Hij had ook, juist omdat hij de laatst aangekomen hoogleraar was, minderwaardig werk te doen, de zogenaamde *kleine cursus*. Dat was het onderwijs voor de minst wiskundige opleidingen, BTMIJ, de bouwkundigen, de (chemisch) technologen, de mijnbouwers en de ijkers.

Hij gaf colleges die naar mijn smaak veel te moeilijk en veel te mooi waren. Voor beschrijvende meetkunde moesten zaaltekeningen worden ontworpen, die de studenten als opdracht op de tekenzaal moesten maken. Hij had bijvoorbeeld als opdracht bedacht de tekening van een dubbelkristal in axonometrie. Dat werd een soort van icosaëder, maar met èèn vlak tegen een andere icosaëder aangeplakt. Die twee dingen moesten samen getekend worden met de doorsnede en de niet-zichtbare delen gestippeld — je weet wel hoe dat gaat — een verschrikkelijke tekening natuurlijk! Het was een rotwerk de stand zo te kiezen dat het allemaal een beetje op papier kwam. Hoe je dat ding ook had, er waren altijd wel punten die ongeveer samenvielen. Toen ik eindelijk Van Dantzig een redelijke oplossing voorlegde met de opmerking "Ja, dat zit eigenlijk toch nog een beetje dicht op elkaar", was zijn reactie: "Och draai 'm dan nog een beetje". Kon ik weer helemaal overnieuw beginnen ...

Verder praatte Van Dantzig nog wel eens wat tegen me aan. Ik hoorde



FIGUUR 4.4. D. van Dantzig geeft college in Delft. Foto [Archief DvD]

iets over significa en over de Wiener Kreis, eigenlijk maar heel weinig; het had toch wel wat invloed op me. Hij had het ook over zijn idee over hoe een wiskundig instituut eruit moest zien. Dat heeft hij toen aan mij verteld.

Hij vertelde ook dat zijn collega's daar niets van moesten hebben. Hij zag voor zich wat er allemaal moest zijn. Er moesten rekenaars in zitten, er moesten rekenmachines draaien, van die koffiemolentjes, en we moesten service-werk voor andere mensen doen; plannen die later in het MC toch gerealiseerd werden. Zo concreet zag hij dat voor zich in 1940, ja. Er waren wel instituten in Duitsland die ook al zo'n beetje zo werkten en aan toegepaste wiskunde deden. Die zuivere wiskunde, de wiskunde in Delft, werd gegeven door hoogleraren die geen toegepaste wiskunde kenden en in de zuivere wiskunde ook weinig bijzonders deden. Schouten was natuurlijk een echte uitzondering. Hij was een internationaal vooraanstaand geleerde. Schuh was een heel goede man, die stond overal een beetje buiten en was altijd bezig boeken te schrijven. En dan was er Van Dantzig, die was de beste van het stel, maar kreeg geen voet aan de grond.

Van Dantzig vond dat dienstverlening de taak van de wiskundige was in een Technische Hoogeschool. Misschien had hij daar al eerder contact over gehad met mensen als Biezeno en Thijsse die in de werktuigbouwkunde en de civiele techniek zaten en dicht bij de wiskunde stonden.

Alles bij elkaar genomen had ik in die periode vrij veel contact met Van Dantzig. Ik had mijn eerste artikeltje gemaakt op internationaal niveau (het ging over het vermoeden van Bieberbach) en liet het aan Van Dantzig lezen. Hij las het helemaal terwijl ik ernaast stond te wachten. Zijn commentaar was heel positief: "Mooie publicatie vóór je doctoraal." Meestal drukte hij zich veel kritischer uit. En we werkten samen aan een probleempje over ongelijkheden met determinanten. Dat gaf aanleiding tot een paar vraagstukken in de *Wiskundige Opgaven.* Die sommen, die integraal en die tekening, dat speelde zich af in een maand of 2, 3 tijds. Na zijn ontslag ben ik nog een keer bij hem thuis geweest in Den Haag, aan de Johan van Oldenbarneveldtlaan om nog een paar oude dingen af te handelen. We hadden lang gepraat, want ik fietste — vanwege de verduistering — in het aardedonker terug naar huis, waarbij ik een lelijke smak maakte door aan de verkeerde kant van de weg tegen de trottoirband te botsen.

In 1945 was er nog een poging om een instituut voor toegepaste wiskunde op te zetten. Ik hoorde erover van Van der Pol, die buitengewoon hoogleraar was in Delft en erbij betrokken was. Van der Pol werkte bij het NatLab van Philips, waar ik ook in dienst was sinds 1944. Van Dantzig had contact gezocht met deze mensen in een poging de wiskunde in Delft te veranderen, om te bouwen. Dat was een illusie; er is niets van terecht gekomen. De Delftse hoogleraren wilden dat gewoon niet, zagen het gewoon niet zitten. Van Dantzig kon het niet zelf bewerkstelligen. Hij wist natuurlijk een hele hoop, maar was toch niet een goede organisator die leiding kon geven. Hij was een man met briljante ideeën, maar was niet in staat zijn schouders onder een bedrijf zetten.

In 1945–1946 lukte het hem wel om in Amsterdam vanuit de Commissie Van der Corput het Mathematisch Centrum op te richten. Van Dantzig was de ideoloog achter deze commissie, maar liet zich niet als zodanig zien. Van Dantzig kwam een keer met de boodschap van de Commissie Van der Corput naar Delft en werd daar koel onthaald. Bottema en Visser hadden er de touwtjes in handen. Van der Corput had ook zo'n zware claim over volgorde van hoogleraarsbenoemingen, daar kon niemand mee uit de voeten. Ik zou zeker nog niet benoemd zijn in 1946 in Delft als men de lijstjes van de Commissie Van der Corput had gevolgd.'

5. Commissie Bremekamp

Naast het initiatief tot zo'n instituut was er een debat over de toepassingsgerichtheid van het propedeutisch onderwijs voor de ingenieurs. In 1940 had de jonge hoogleraar natuurkunde Kronig de wiskundigen geprest om nu eens met een antwoord te komen op pertinente vragen van de technische afdelingen. Een commissie met Bremekamp, Van Dantzig en Kronig boog zich erover. In 1945 kwam er een nieuwe commissie Bremekamp, met opnieuw Van Dantzig en de zojuist benoemde S.C. van Veen. Van Veen ging nieuwe, meer toepassingsgerichte college geven. Na het vertrek van Van Dantzig en de benoeming van De Bruijn nam de laatste ook zitting in de derde commissie Bremekamp. Toen kwamen er wel provisorische mogelijkheden om in toegepast wiskundige richting af te studeren.

'Toen was de wind natuurlijk al wat gedraaid, maar om op dat moment een volwaardige wiskundig ingenieursopleiding in te stellen, daar waren die fysici, zoals Kronig, en de technici, zoals Biezeno, niet zo gek op. Wat er toen gebeurde was in de lijn van Van Dantzigs ideeën. Ik vond, opnieuw in de geest van Van Dantzig, dat we ook mee moesten in het numerieke werk en heb er toen voor gepleit dat er een elektrische rekenmachine aangeschaft zou worden ten dienste van het werk van Van Veen. Het was werkelijk geen geringe investering, ik meen fl. 3000,-, maar het ding heeft daar tien jaar werkeloos in de kast gestaan.

Het belangrijkste wat ik gedaan heb, is het invoeren van lineaire algebra. Dit was niet erg naar de zin van Rutgers — die was altijd de koning van de analytische meetkunde geweest en moest van al die nieuwlichterij niets hebben, ook omdat er altijd wat moest worden opgegeven om iets nieuws toe te voegen — toch ben ik ermee begonnen.

Verder heb ik anderhalf jaar lang een privatissimum gegeven voor medewerkers en studenten uit andere faculteiten uit het boek van Courant en Hilbert — toen het algemeen erkende basiswerk voor wat meer theoretisch gerichte toegepaste wiskunde: lineaire algebra, functionaalanalyse etc. We kwamen niet echt ver, aan deel II kwamen we niet toe; maar het was wel levendig en er zaten veelbelovende mensen bij.

Het idee van een Mathematisch Instituut van de TH kwam inderdaad van mij. We hadden briefpapier, maar er was verder niet veel belangstelling voor. Bottema was er wel voor. Hij was een geweldig goede man voor die plaats en heeft veel goed werk gedaan op het gebied van werktuigbouw en kinematica. Bottema is later rector geworden, voor een lange periode, zij het dat hij wat vervelend is vertrokken. Studenten hadden zelfs ergens in een steegje de straatnaam veranderd: O. Bottema-weg ...'

6. COLLEGA'S

Na de oorlog nam De Bruijn in Delft na het vertrek van Van Dantzig initiatieven die enigszins in diens lijn lagen. In 1952 werden ze collega's aan de Universiteit van Amsterdam.

'Uit die tijd dateert onze gezamenlijke publicatie. Het was een resultaat van die sommen die we maakten toen ik assistent bij hem was, in 1940. Later kreeg Ostrowski het onder ogen en die raadde ons aan het als artikel te publiceren. De inhoud was op het moment van verschijnen al meer dan tien jaar oud.

Van Dantzig leefde in Amsterdam een beetje buiten de groep van wiskundigen, hij resideerde niet op het Mathematisch Instituut. Hij had er wel een kamer, maar daar kwam hij niet vaak. Hij deed maar één vak, gaf college en ging dan hij meteen weer weg, want hij werkte op het MC. De andere wiskundigen van dat moment waren Heyting, De Groot, Popken en ik. Alle besprekingen hadden we op de oude kamer van Brouwer in die mooie rieten stoelen van Brouwer. Daar was Van Dantzig nooit bij; we zagen betrekkelijk weinig van hem.'

'Er is nog een bijna vergeten onderneming: de *Bibliotheca Mathematica*. Dat was een plan van Van Dantzig van direct na de oorlog. Hij had met Van der Corput het idee dat nu Duitsland plat lag, wij de rol van Göttingen en de gele Springer-reeks konden overnemen. Die Springer-reeks bleek later springlevend te zijn en liep beter dan ooit tevoren. Maar Van Dantzig kwam met het idee om met een flinke serie in Nederland uitgegeven boeken te komen. Wij hadden immers redelijke uitgevers: Noordhoff met een grote traditie en de Noordhollandsche, die op basis van de uitgeverij van de Akademie werkte en ook een goede traditie had.

Het oorspronkelijke plan was een redactie van drie man te vormen — dat was op zichzelf al fout; we hadden een kernredactie van drie en een grote redactie van twaalf moeten hebben — Van Dantzig, Kloosterman en De Bruijn. We waren daar een tijdje mee aan de slag geweest en toen zei Kloosterman ineens: "Nee, ik doe het toch maar niet." Ik vroeg hem nog waarom, maar hij herhaalde: "Nee, ik doe het toch maar niet." Er kwam geen zinnig woord meer uit. Toen is Kloosterman vervangen door De Groot. Met die redactie zijn we aan de slag gegaan en er zijn in de periode 1952 – –1968 tien redelijke boeken uit voortgekomen. Toen liep het dood. Er was nog een vervelende kwestie. De naam *Bibliotheca Mathematica* was door Van Dantzig bedacht. Later bleek dat er in

Duitsland al een tijdschrift bestond onder die naam. De boeken werden uitgegeven bij die twee uitgevers samen. Dat was mijn idee, omdat ik al wat ervaring met de Noordhollandsche had. Ik had in de oorlog een boek over differentiaal- en integraalrekening geschreven en dat was toen het in 1948 uitkwam, eigenlijk het eerste wiskundeboek bij de Noordhollandsche. Er zijn toch wel wat goede boeken verschenen. Het eerste was het beroemde boek van S.C. Kleene. Andere bekende boeken waren dat van Zaanen over lineaire analyse, het mijne over asymptotiek, dat van Heyting over axiomatische projectieve meetkunde en een boek van Yano over differentiaalmeetkunde.

Ik had hoge achting voor voor Van Dantzig, misschien niet eens genoeg. Koksma vroeg mij eens wie ik de belangrijkste Nederlandse wiskundige vond. "Dat ligt voor mij vast," zei ik, "dat is Freudenthal". "Vlak David ook niet uit", zei Koksma toen. Ik zag dat in die tijd niet zo, maar bleef er toch over nadenken. De invloed van Van Dantzig is zoveel kleiner dan die van Freudenthal, maar wellicht ook diepzinniger en belangrijker.

Stond Van Dantzig in schaduw van Freudenthal?

'Ze hadden niet zoveel contact dat ze van elkaar te lijden hadden. Van Dantzig had een grote hoogachting voor Freudenthal. Ik had een keer tijdens mijn assistentschap bij Van Dantzig iets gevonden en vroeg hem of het nieuw was. "Nou," zei hij, "schrijf het maar aan Freudenthal. Als hij het niet weet, is het er niet".'

U hebt zowel oude als nieuwe wiskunde meegekregen en bent een modern wiskundige geworden. Wie waren uw voorbeelden? Kloosterman, of hoorden Van Dantzig en Freudenthal er ook bij?

'Het meest Kloosterman.'

De moderne wiskunde onderscheidt zich niet alleen in inhoud. Ook stijl en rechtvaardiging van het vak zijn veranderd. In de aandacht voor de maatschappelijke positionering van de wiskunde was Van Dantzig was een pionier. Hoe bijzonder was dat?

'Van Dantzig was de enige die zich in die richting uitte. Freudenthal misschien iets meer dan de meeste anderen, maar toch niet zo als Van Dantzig.'

Proceedings Symposium *Van Dantzig 2000* pp. 73 - 87

Hoofdstuk 5

Wiskundig modelleren en de maatschappelijke dienstbaarheid van de wiskunde volgens Van Dantzig

Gerard Alberts

Het bewustzijn van de maatschappelijke betekenis van de wiskunde was van meet af aan aanwezig in David van Dantzigs wiskundige carrière. De maatschappelijke betekenis bracht in zijn ogen een bijzondere verantwoordelijkheid mee, een verantwoordelijkheid om de wiskunde dienstbaar te maken. In de beginperiode gaf hij geen precieze invulling aan dit bewustzijn, maar vanaf de late jaren dertig werkte hij het thema van de dienstbaarheid van de wiskunde systematisch uit. Het gaf zijn carrière een andere wending.

Inhoudelijk werkte Van Dantzig dit thema opvallend genuanceerd uit in termen van 'wiskundig modelleren'. Aan Brouwer ontleende hij de het verband tussen wiskunde en doelrationeel handelen, 'de sprong van doel op middel'. De gedachte om het inzetten van wiskunde als een handeling te zien was typerend voor de significa, de leer der verstandhouding van zijn leermeester Mannoury. Deze beide elementen voegde hij samen tot de beschrijving van wiskundig modelleren als een procedure en daarmee tot een opvallend moderne formulering.

1. Nadenken over wiskunde

In oktober 1917 volgde David van Dantzig als eerstejaars student scheikunde twee wiskundevakken bij Gerrit Mannoury: Beschrijvende Meetkunde en Analytische Meetkunde. Deze pasbenoemde hoogleraar maakte grote indruk en toonde hem wat een mooi vak de wiskunde is. Mannoury had juist zijn ambt aanvaard met een rede over *De sociale beteekenis van den wiskundigen denkvorm.* Mannoury werd zijn voorbeeld en leermeester en de les was van meet af aan een dubbele: wiskunde bedrijven en nadenken over wiskunde. Deze combinatie was wellicht in die tijd van het grondslagendebat niet uitzonderlijk; het bijzondere aan Mannoury was dat de reflectie meteen een nadenken *over de maatschappelijke functie* van de wiskunde was. Het was dit nadenken over de maatschappelijke functie van het vak, dat voortdurend aanwezig was in Van Dantzigs werk.

Het begin van hun contact kwam tot stand doordat David van Dantzig na het tweede lesuur Analytische Meetkunde een lange brief schreef over het hanteren van het begrip 'rechte lijn'. Mannoury waardeerde dit zeer en moedigde hem aan. Mannoury bood hem houvast in het besluit twee jaar na het opgeven van de studie scheikunde de wiskunde aan te pakken. Intensivering van het contact kwam tot stand in de sfeer van het nadenken over wiskunde. Het volgde op een uitgebreid commentaar van Van Dantzig, in het Duits, op Mannoury's *Methodologisches und Philosophisches zur Elementar-Mathematik.*

Eenmaal op het spoor van de wiskunde studeerde Van Dantzig eerst in de avonduren voor de onderwijsaktes K I, K V en K II. In mei 1923 waagde hij de overstap naar de voltijdse studie, die hij twee jaar later zou afronden.

Onmiddellijk na zijn studie publiceerde David van Dantzig over de maatschappelijke functie van de wiskunde, toegespitst op de waarde van het wiskundeonderwijs.[1] Zijn meest pregnante stelling hierin, een positie die hij zijn hele carrière zou volhouden, was dat je geen wiskunde moet doceren om iets anders over te brengen. De waarde van het school-onderwijs in de wiskunde was in zijn ogen dan ook zeer gering. Wil men leren

[1] [Dantzig 1927]

helder te denken, leer dan helder denken, bijvoorbeeld door onderwijs in de significa.

2. Topologie en psychologie

De eerste keer dat hij in positieve zin de werking van de wiskunde op andere vakken besprak, was het jaar erop in een — ongepubliceerd gebleven — stuk over topologie en mathematisering van de psychologie en de natuurkunde[2].

Hij legde het stuk via Mannoury aan Brouwer voor om het gepubliceerd te krijgen, maar die wees het af: te weinig uitgewerkt. De mathematisering had Van Dantzig zich heel concreet voorgesteld. De stapsgewijze precisering die een woord in het taalgebruik krijgt door een opeenvolging van voorstellingen, zou voorbeeldig overeenstemmen met de voortgaande constructie van een vrije keuzereeks volgens de intuïtionistische wiskunde. Precies net zo bruikbaar als voor de psychologie zou de intuïtionisch ingevoerde topologie zijn voor de behandeling van deelbaarheid in de fysica — die immers wiskundig wel, maar natuurkundig niet een oneindig voort te zetten deling is.

Het hele thema verdween een tijd lang onder water. De mathematische behandeling van (taal-)psychologie kwam geregeld aan bod in informele discussies in signifisch gezelschap, maar keerde pas in 1948 terug in publicaties. De behandeling van de natuurkunde, speciaal de kwestie van deelbaarheid, keerde terug in de openbare les te Amsterdam en uitgebreid in de Delftse oratie in 1938, *Vragen en schijnvragen over ruimte en tijd.* De achterliggende gedachte, zo bleek uit gesprekken met Mannoury en Otto Neurath, was nog steeds dat mathematiseringsidee van psychologie en natuurkunde met behulp van topologie.

Mathematisering keerde terug in stelling XV bij de dissertatie van 1931.

> 'Het is wenschelijk en mogelijk, het indicatieve element in een waarderingsoordeel van het emotionele element te onderscheiden, de betrekkingsbasis ervoor te onderzoeken en het vervolgens te mathematiseeren.'[3]

[2] 'Intuitionistische invoering der topologische ruimte in verband met de grondslagen eener mathematiseering der psychologie', D. van Dantzig, ongepubliceerd manuscript, 1927/28 [Archief DvD]

[3] Stellingen bij [Dantzig 1931] *Studien over topologische algebra*, D. van Dantzig. Amsterdam: H.J. Paris, 1931. Stelling XV. De stelling met toelichting, uit 1931,

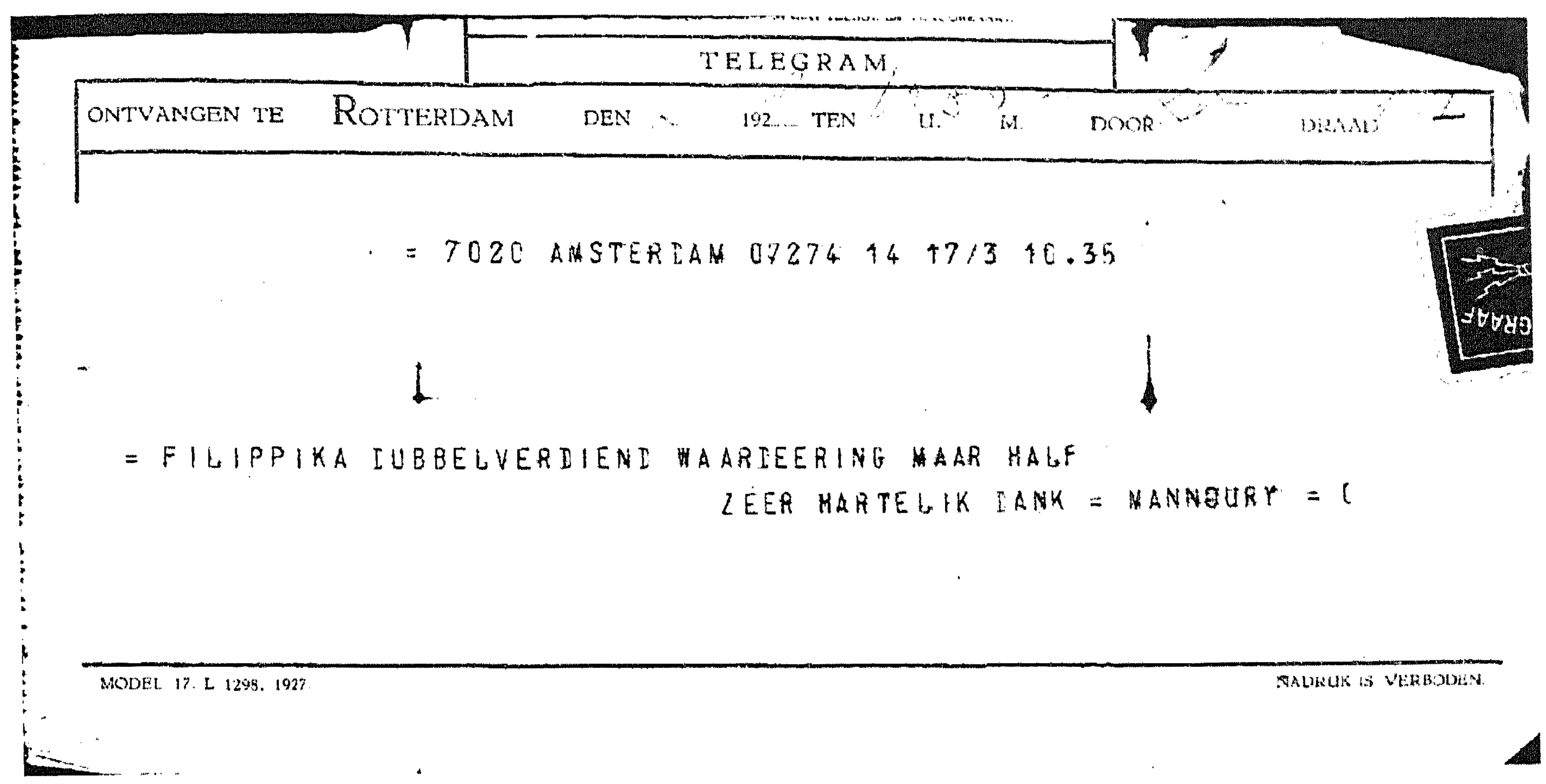
De later gepubliceerde toelichting wees het aanknopingspunt om te mathematiseren aan in Brouwers 'sprong van doel op middel'. L.E.J. Brouwer had in het tweede hoofdstuk van zijn proefschrift [Brouwer 1907] uiteengezet hoe de mens een vermogen is gegeven om de werkelijkheid wiskundig te bekijken, namelijk door volgreeksen in de tijd op te merken. Wie nu het laatste element van zo'n reeks (het doel) beoogt, kan zich richten (sprong) op het bewerkstelligen van het eerste element (het middel) in de reeks om het laatste element te bereiken. Van Dantzig sprak in zijn toelichting van 'finaalreeksen', maar de redenering was dezelfde: die uit doelmatigheid opgestelde finaalreeksen laten zich mathematiseren. Dat er iets gewenst wordt, het doel namelijk, is de 'emotioneele rest'. In feite lag er een nogal eenvoudig dualistisch wereldbeeld ten grondslag aan Van Dantzigs mathematiseringsthese. De nuance zat erin dat het hier niet een kentheorie betrof, maar in significhe stijl een theorie, een psychologische theorie, van handelingen en motieven.

3. Filippika

Het verschijnen van deze stelling bij het proefschrift over topologische algebra, waarop hij op 27 maart 1931 in Groningen cum laude promoveerde bij zijn studievriend B.L. van der Waerden, had een wat bittere achtergrond. Het was Van der Waerden die hem op het laatste moment aanspoorde enkele stellingen op het gebied van significa op te nemen, omdat hij immers het plan had gehad bij Mannoury te promoveren. Dit plan om te promoveren op een signifische studie had hij inderdaad serieus gekoesterd in de jaren na zijn afstuderen, maar uiteindelijk had hij het in 1928 teleurgesteld van zich af geworpen. Het weinige dat Mannoury van zijn gedachten op papier had gezet, bood geen coherente basis om op voort te bouwen. Deze moeilijkheden schreef Van Dantzig van zich af in een felle brief aan zijn leermeester, half maart 1928. Het ging toch niet aan om te stellen dat de ideeën toch wel hun weg zouden vinden... Wat was er zonder Leibniz van de infinitesimaalrekening geworden en zonder Mauthner van het taalonderzoek. Dit laatste was tegen het zere been, want Mauthner was een van de bewonderde inspiratiebronnen voor de significa voor zowel Victoria Welby als Gerrit Mannoury.

is herdruk als aanhangsel in Mannoury 1947] *Handboek der analystische significa, I Geschiedenis der begripskritiek*, G. Mannoury. Bussum: Kroonder, 1947, pp. 157-159

Het antwoord van Mannoury kwam de volgende dag in een telegram:



TELEGRAM

ONTVANGEN TE ROTTERDAM DEN 192... TEN U. M. DOOR DRAAD

= 7020 AMSTERDAM 07274 14 17/3 10.35

= FILIPPIKA DUBBELVERDIEND WAARDEERING MAAR HALF
ZEER HARTELIK DANK = MANNOURY = (

MODEL 17. L 1298. 1927 NADRUK IS VERBODEN

FIGUUR 5.1. Mannoury's antwoord op Van Dantzigs brief: het filippika-telegram [Archief DvD]

Vanaf dat moment waren de mannen verenigd in hun onmacht om van de significa meer dan een aardig idee en een goede intentie te maken. Van Dantzig beriep zich nog wel op de signifische analyse van vraagstukken, maar minstens zo vaak pleitte hij eenvoudig voor een relativisme, opnieuw verwijzend naar Mannoury[4]. Later moedigde Mannoury hem nog wel aan een signifische studie van een beperkter thema op te zetten, een signifische analyse van het wiskunde-onderwijs, maar hij ging er niet meer op in. Afgezien van zijn eigen kleinere signifische publicaties, is het Van Dantzigs grote verdienste voor de significa geweest, dat hij zijn hele carrière lang bij zijn leermeester bleef aandringen op een systematische uiteenzetting van diens signifische visie. Het uiteindelijk succes van zijn aandringen was de publicatie van Mannoury's tweedelige *Handboek der analytische significa*. Voor Van Dantzig zelf was er aanvankelijk de frustratie dat het uitwerken van de significa geen begaanbare weg was, later bleef hij wel in de geest van Mannoury signifisch werk verrichten en propageren, maar keerde hij zich meer en meer van de signifische kringen

[4] Dit relativisme stond tegenover absolutisme. In plaats van tegenstellingen zag Van Dantzig het liefst gradueel onderscheid. Het ging erom de zaken betrekkelijk te zien, ook in de zin van gerelateerd aan context en beschouwer. Het relativisme van Mannoury was in de grond van de zaak een dialectiek. Mannoury was waarschijnlijk meer een links-Hegeliaan of links-Bollandiaan dan een marxist.

af uit teleurstelling over het geringe intellectuele gehalte van deze club. Hij kreeg dus nadrukkelijk van Mannoury een begin van reflectie op de wiskunde en haar maatschappelijke functie aangereikt, maar moest al gauw zijn eigen weg zoeken.

Wat Van Dantzig zelf met dit signifisch gedachtengoed gedaan heeft, behoorde niet meer tot de significa in strikte zin, maar had een veel algemener strekking. Dit gedachtengoed inspireerde hem namelijk tot een analyse van de werkwijze van wetenschap, in het bijzonder van de inzet van de wiskundige denkwijze in de ervaringswetenschap. Misschien was het juist doordat hij het signifisch denken elders gebruikte wel een nog belangrijker bijdrage aan de significa als beweging, dan zijn eigen signifische publicaties en zijn steun aan Mannoury. Door zijn werk bleek dat het gedachtengoed van waarde kon zijn buiten het kleine kringetje van significi.

4. FLITSEN

De ervaringswetenschap waar Van Dantzig zich in de eerste helft van zijn carrière op richtte, was de natuurkunde. Hij was vanaf zijn studietijd gefascineerd door de relativiteitstheorie en publiceerde daar ook over. Als assistent van J.A. Schouten in Delft werkte hij aan een wiskundig instrumentarium, differentiaalmeetkunde, voor de relativiteitstheorie. Toen hij als lector naast Schouten dit werk voortzette, probeerde hij een relativistische theorie van de mathematische fysica te ontwikkelen. Hiermee bedoelde hij niet relativistisch in de zin van de relativiteitstheorie, maar in de zin van Mannoury, dus een theorie die de betrekkelijkheid van de theorie insloot. Praktisch ging het om een wiskundige formulering die ook ruimte zou bieden aan de quantummechanica. Relativistisch hieraan was dus op voorhand dat de theorie niet deterministisch opgevat mocht worden. Maar Van Dantzig wilde meer: hij wilde de betrekkelijkheid van de gebruikte wiskunde laten zien en daaraan consequenties verbinden. Het wiskundig formalisme bleef in zijn ogen veel te veel haken aan de meetkundige oorsprong van de weergave van de ruimte waaruit het gegroeid was. Als dan de ruimte-tijd het best weergegeven kon worden met spinoren in een vijfdimensionale ruimte, dan zou men ook cosequent moeten zijn en een homogene vijfdimensionale ruimte kiezen -dus één waarin niet de traditionele ruimtecoördinaten een voorkeursbehandeling zouden genieten. Dit was een opmerking, voortkomend uit het vermogen om wiskundig te generaliseren, die door de theoretisch fysici opgemerkt en gewaardeerd werd[5].

Nog verder dreef Van Dantzig zijn wiskundige abstractie. De formulering van de natuurwetten zou eigenlijk helemaal vrij van metriek, vrij van voorafgegeven meetkunde en maat, moeten geschieden. En hier, in 1938, bij de voorbereiding van zijn inaugurale rede als deeltijds hoogleraar in Delft, kwam plotseling dat idee van tien jaar eerder weer naar boven [Dantzig 1938]. Eigenlijk zou je het wiskundig, cq meetkundig, formalisme voor de theoretische fysica zo moeten relativeren, dat je kon volstaan met een topologische structuur. En natuurlijk was er dan geen geduld meer voor zoiets ouderwets absolutistisch als een punt bewegend in de ruimte, we zouden nog slechts over flitsen in een vijfdimensionaal continuum moeten spreken.

De oratie behelsde een heel programma om de fysica te herformuleren. Nog nader uitgewerkt schreef Van Dantzig het uit in een notitie aan Schouten en toch bleef het daarbij. Over de flitsenhypothese en over relativistische thermodynamica volgden nog enkele voordrachten en publicaties, maar als hoofdthema in het onderzoek verliet Van Dantzig deze kwestie in 1938.

Hij had er echter voldoende aan gedaan om duidelijk te maken welke rol hij voor de wiskunde zag. De wiskunde reikte het formalisme aan om de wetten van de ervaringswetenschap, van de natuurkunde in de geval, in uit te drukken. Bovendien zat er kennelijk een ontwikkelingsrichting in de wiskunde en daarmee ook in de natuurkunde: hoe algemener en abstracter de wiskunde, hoe groter Van Dantzigs voorkeur ervoor, en hoe vruchtbaarder het formalisme voor de ervaringswetenschap zou zijn. Zijn toonbeeld was nog steeds de constructief opgebouwde intuïtionistische topologie.

5. Massaverschijnselen

Van de mathematische fysica verschoof Van Dantzigs aandacht vanaf 1938 naar de waarschijnlijkheidsrekening. Hoewel zijn eerste publicatie, geheel in stijl van het voorafgaande, betrekking had op de grondslagen van de waarschijnlijkheidsrekening, begaf hij zich in de praktijk van zijn wetenschappelijke werk van meet af aan ook in de mathematische statistiek. Een van de inspiraties was de studie van de politieke

[5] [Pauli 1933] 'Über die Formulierung der Naturgesetze mit fünf homogenen Koordinaten, I; II', W. Pauli. *Annalen der Physik 5. Folge* **18**-3/4 (1933), pp. 305-336; 337-372.

massaverschijnselen, de massapsychologie. In de significhe sfeer werd hierover gedebatteerd en gespeculeerd. Typisch voor Van Dantzig was, dat hij zich niet slechts verloor in speculaties, maar ook al spoedig op zoek was naar concrete mogelijkheden om massaverschijnselen te bestuderen. Voor en in de Tweede Wereldoorlog verzamelde hij op allerlei terrein empirische gegevens en oefende hij zich in de bewerking ervan. Een waarlijk significh uitvloeisel ervan was dat hij na de oorlog enige tijd voorzitter was van het Studiegenootschap voor Psychische Massahygiëne. Hoewel dit voor hem echt een nevenactiviteit was, illustreert het de maatschappelijke inspiratie die Van Dantzig ook dreef.

In 1939 en 1940 verzamelde Van Dantzig voorbeelden van empirische wetenschap in de zin van verwerking van empirische gegevens op allerlei terrein. Het ging over traditioneel statistische onderwerpen als zelfmoordstatistiek en verzekeringswiskunde en over moderne zaken als zuivelverwerking en Schermerhorns meetgegevens van het aardmagnetisch veld. Hij nam zich voor een leerboek over mathematische statistiek samen te stellen.

De eerste publicatie [Dantzig 1941], een voordracht uit 1940, was ondanks zijn logisch-empiristische overtuiging een tamelijk speculatieve behandeling van het onderwerp.

Opvallend was zijn pertinente eis dat waarschijnlijksheidstheoretische overwegingen niet slechts een axiomatische fundering behoefden, maar ook een empiristische. Het behandelen van empirische gegevens impliceert een uitspraak over het betreffende empirisch domein, namelijk dat men daarover met waarschijnlijkheidsrekening iets verstandigs kan zeggen. Hiermee was hij in veel algemenere zin dan voordien beland bij empirische of ervaringswetenschap.

6. Procedure

Met betrekking tot ervaringswetenschap bleef het in de voordracht van 1940 bij enkele algemene opmerkingen over, zoals Mannoury's hoofdwet van iedere ervaringswetenschap: 'er verandert nooit iets; alle veranderingen zijn uitzonderingen'. Na de oorlog was de werkwijze van ervaringswetenschappen centraal punt van overweging geworden. Voor het Delftse Studium Generale, in de inleiding van zijn college mathematische statistiek, in afzonderlijke artikelen, overal had hij het over de algemene werkwijze van ervaringswetenschap, *general procedures of empirical science* [Dantzig 1946, 1947, 1948, 1949].

Dat het om een werkwijze of procedure ging kan niet letterlijk genoeg worden genomen, Van Dantzig introduceerde een manier van doen. Deze manier van doen was het wiskundig modelleren. Dit was de manier waarop men het wiskundig denken dienstbaar kon maken aan de ervaringswetenschap, door wiskundig modelleren. Als procedure had hij het ook wel over 'inschakelen' en 'uitschakelen van het formalisme', een uitdrukking van Mannoury.

Het geheel van deze procedure spon hij uit in twaalf fasen en elf overgangen, waarbinnen het model een van de fasen is en waarbinnen ook op zeker punt het formalisme wordt ingeschakeld en weer uitgeschakeld.

1.	Experience	
		Forgetting
2.	Recollection	
		Simplification
3.	Observation	
		Ellipsis
4.	Description	
		Regularisation
5.	Model	
		Switching on
6.	Formalisation	
		Absolutising
7.	Induction	
		Arranging
8.	Axiomatising	
		Deduction
9.	Extension	
		Switching off
10.	Interpretation	
		Inductive behaviour
11.	Expectation	
		Volition
12.	Action	

FIGUUR 5.2. Schema uit 'General procedures of empirical science' [Dantzig 1947]

De wiskunde was in de vroegmoderne tijd nauw verbonden geweest met toepassingen, maar sinds 1800 was volgens Van Dantzig de zuivere wiskunde meer op de voorgrond getreden en hadden de wiskundigen zich geïsoleerd van de buitenwereld. Daar moest verandering in komen, vond hij. Speciaal met de sociale wetenschappen zouden zij contact moeten zoeken.

> 'Dit is de belangrijke bijdrage [...] die de wiskunde kan geven: niet zozeer de "wiskundige techniek", als wel de wiskundige begripskritiek,

> die in de wetenschap der *significa* haar vorm voor toepassing op andere gebieden vindt. De belangrijkste taak daarbij is niet zozeer van begrips*zuiverende* aard, vooral niet, wanneer deze alleen bestaat in het afkeuren van woorden met te grote spreiding, [...] maar is veeleer het naspeuren van gedachte-, wils- en voorstellingscomplexen, die de sprekers op onbeholpen wijze door zulke woorden trachten weer te geven.'[Dantzig 1948 p. 34,35]

De 'mathematiseering'-stelling van het proefschrift keerde hier terug. Hij vervolgde nu zijn pleidooi met de oproep om in de opgehelderde termen zo min mogelijk emoties te betrekken en te zorgen dat de opheldering geschiede in termen met overwegend 'indicatieve' betekenis, d.w.z. termen die waarneembare verschijnselen weergeven. De toepassing van de topologie, waardoor hij ooit in 1927 zijn gedachten had laten bepalen, liet hij achterwege, maar het is voelbaar — speciaal in de term 'spreiding' — dat dat denkpatroon hem nog altijd bijstond.

7. Ontvangst van het wiskundige modelleren

Het was deze notie van wiskundig modelleren die Van Dantzig overal uitdroeg en die ook op zeer uiteenlopende plaatsen werd ontvangen. David van Dantzig manifesteerde zich na de Tweede Wereldoorlog nog kort in Delft. De Studium Generale leergang 'Wiskunde, logika, ervaringswetenschappen' was zijn eerste publieke optreden. Hij begon het met een indrukwekkende rede tot de Delftse studenten, waarin hij terugblikte op de oorlog en hen opriep tot maatschappelijk bewustzijn. Deze leergang was bovendien de eerste gelegenheid waarin hij het wiskundig modelleren presenteerde. W. Baarda, geodesie, was een van degenen die het begrip oppikte en in zijn vak verbreidde.

Van Dantzig was intussen verhuisd naar Amsterdam, richtte daar in februari 1946 met collega's het Mathematisch Centrum op, werd in april van dat jaar aan de Universiteit van Amsterdam hoogleraar in de mathematische statistiek, 'Leer der collectieve verschijnselen', steunde de Vereniging voor Statistiek, roerde zich op politiek en maatschappelijk vlak, was actief lid van de vereniging voor Wetenschap en Samenleving en voorzitter van de Studiekring voor Psychische Massahygiëne. Hij was dus in die tijd van wederopbouw een vooraanstaande intellectueel. Het maatschappelijk verantwoordelijkheidsbesef beleed hij niet alleen op papier maar leefde hij ook voor. Vanuit al die posities droeg hij bovendien de boodschap van significa, sprong van doel op middel en wiskundig modelleren uit.

Zijn colleges Waarschijnlijkheidsrekening en statistiek aan de universiteit, en de kadercursus voor de Vereniging voor Statistiek begonnen met een uiteenzetting over empirische wetenschap en wiskundig modelleren. In het Mathematisch Centrum bouwde hij met zijn leerling J. Hemelrijk een praktijk van statistische consultatie op, die medici, biologen en sociologen vertrouwd maakte met het wiskundig modelleren. Mensen als C. Rümke in de medische statistiek, R. Mokken in de politicologie, J. Engelfriet in de verzekeringswetenschap droegen deze notie verder uit. A.D. de Groot in de psychologie was niet zozeer een navolger, als wel een ook door Mannoury beïnvloedde geestverwant. Diens beroemd geworden 'empirische cyclus' had hetzelfde procedure-karakter als het 'inschakelen en uitschakelen van het formalisme'.

Van Dantzig publiceerde enkele significe exercities in analyse van begrippen als 'straf' of 'vrijheid'. In zijn Amsterdamse oratie [Dantzig 1949] droomde hij hardop van significe adviesbureaus, naar analogie van statistische consultatie.

8. Wiskundig modelleren, mathematiseren en significa

Van Dantzig sprak van wiskundig modelleren als activiteit. Het ging hem niet om een statisch kentheoretisch object 'wiskundig model'. Opvallend is dat hij in hetzelfde verband of voor 1940, toen er van wiskundig model nog geen sprake was, op de plaats van modelleren schreef over mathematiseren, als de bewerking die het domein van toepassing zou ondergaan. Zo gezien is wiskundig modelleren een expliciete vorm van mathematiseren. Dit komt overeen met Brouwers introductie van de 'sprong van doel op middel' die de mens kan maken op grond van zijn vermogen tot 'wiskundig bekijken van de wereld'.

De significa speelde in de notie van wiskundig modelleren een dubbele rol, namelijk als taal en als gereedschap. De significa leverde enerzijds Van Dantzig het begrippenapparaat om de dienstbaarheid van de wiskunde onder woorden te brengen. De analyse van de notie van wiskundig modelleren was een significe opheldering. Anderzijds was de significa de wetenschap waarin 'wiskundige begripskritiek [...] haar vorm voor toepassing op andere gebieden vindt.' Significa was dus zelf een toepassingsvorm van het wiskundig denken, een voorbeeld van wiskundig modelleren.

Van Dantzigs — hierboven als belangrijkste aangeduide — bijdrage aan de significa was dus naast de analyse van modelleren als een significe

FIGUUR 5.3. L.E.J. Brouwer formuleerde in zijn proefschrift de 'sprong van doel op middel'. Foto 1928, Bijlage *Euclides* [Archief CWI]

exercitie, deze visie op significa. Zijn bijdrage aan het signifisch gedachtengoed was dus de significa te zien als mathematiseren of wiskundig modelleren. Van Dantzig was niet de enige die met het begrip wiskundig model kwam. Hij was wel degene die het meest de nadruk legde op modelleren als handeling — in plaats van op model als kentheoretisch object — en hierbij verwees hij dikwijls naar de significa. Zijn bijdrage aan de signifische beweging was dat hij het wiskundig modelleren verbreidde als was het een typisch signifische verworvenheid.

9. Crisis der zekerheden

Van Dantzig was naoorlogs somber. Hij nam de karakterisering van zijn tijd als 'krisis der zekerheden' volstrekt serieus. Het ware, het schone en het goede, zelfs 'wetenschap' stond niet meer onwrikbaar vast als uitkomst van een politieke of religieuze 'ideologie'. Al deze overtuigingen waren gerelativeerd. In het besef dat men niet het aboluut goede doet, absoluut ware uitspraken doet in de wetenschap, zou men niet moeten vluchten in oude of nieuwe mythen die schijnzekerheid boden, maar de moed moeten hebben toch een besluit te nemen, toch een uitspraak te doen. Men moest de moed hebben tot een relativistische levenshouding [Dantzig 1948]. In zijn ogen stond een wetenschappelijke levenshouding gelijk met een relativistische.

> 'En toch kiezen. In het besef, dat geen "Gods Woord", geen metafysisch of historisch leerstelsel ons werkelijke uitsluitsel kan geven bij die éne keuze van heden, en dat àl wat zich voor "absoluut" uitgeeft, toch weer berust op menselijke, dus van absolutistisch standpunt bezien onzekere *interpretatie* daarvan. Dat het geen zin heeft, te zeggen, dat iets "waar", "schoon" of "goed" is, maar dat zulks *geacht* wordt te zijn, door bepáálde mensen in een bepáálde cultuurperiode.' [Dantzig 1948 p. 40]

Met een zo radicaal doorgedachte relativering, en contextualisering, van wetenschap was Van Dantzig zijn tijd ver vooruit. Dat hij zoveel nuance kon aanbrengen was te danken aan het significant denken dat het wetenschap, überhaupt communiceren, zag als handeling. Zo kon ook wiskundig modelleren verschijnen als werkwijze, als handeling, bij uitstek van de ervaringswetenschap: het resultaat van de procedure is 'min of meer "waar" '.

De crisis der zekerheden vergeleek Van Dantzig met de overgang van het mythische naar het wijsgerige denken bij de Grieken. De cultuur stond nu op het punt zich te bevrijden van de waan dat er een 'absoluut goede' handelwijze zou zijn. 'Onze beschaving' bereikte het 'relativistische' stadium.

De grote beweging van de beschaving zag Van Dantzig ook als een grootschalige sprong van doel op middel. De mensheid was niet meer onmiddellijk gaan eten, maar zaaide en oogstte, stelde zelfs mensen vrij voor landbouwkundig onderzoek, ja zelfs voor wiskundig onderzoek. Zou nu dat wiskundig onderzoek een eigen leven gaan leiden in zuiver wiskundige vraagstellingen, dan was de sprong van doel op middel mislukt, of te groot gemaakt. Daarmee bedoelde Van Dantzig niet zuivere wiskunde te verbieden, slechts de wiskundigen uit hun isolement te halen.

Aardig is dat hij stelde dat het contact met de toepassingen toch wel hersteld zou zijn, ook zonder het Mathematisch Centrum. Het Centrum zou de ontwikkeling slechts stimuleren — weer een sprong van doel op middel, die opnieuw zou kunnen mislukken als zou blijken dat het creëren van plaatsen voor jonge wiskundigen om onderzoek te doen, onverhoopt zou leiden tot een tekort aan leraren. Bij al zijn gedrevenheid gaf Van

Dantzig hier een opvallende relativering van de inzet van hemzelf en zijn collega's: dat wat zij stimuleerden zou toch al gebeurd zijn en de stimulans had misschien ongewenste neveneffecten.

10. Sprong en geschiedenis

Overal en op alle niveaus was de metafoor van 'sprong van doel op middel' aanwezig. Van de uitleg van mathematisering en modelleren tot de historische ontwikkeling en het menselijk streven van de oprichters van het Mathematisch Centrum, alles was doortrokken van de 'sprong'. Het was een nevenproduct van Brouwers proefschrift, door Mannoury prominent naar voren gehaald om de maatschappelijke waarde van wiskunde inzichtelijk te maken. Elders heet het gewoon 'doelrationeel handelen', het bijzondere van Brouwers term is dat de sprong van meet af aan gekoppeld is aan 'het wiskundig bekijken van de wereld', met andere woorden aan 'mathematisering'.

David van Dantzig was zich dus uitermate bewust van zijn streven en van de betrekkelijkheid en historische bepaaldheid ervan. Vanuit deze genuanceerde blik schreef hij in 1953 een tekst die qua titel bestemd lijkt te zijn geweest voor een lemma in een encyclopedie[6]; wellicht was het gewoon een voordracht: 'Wiskunde, Maatschappelijke Betekenis'[7]

De tekst geeft in volle omvang Van Dantzigs visie op de wiskunde in zijn maatschappelijke betekenis weer en is nooit gepubliceerd, daarom volgt hij hierna.

Literatuur

[Brouwer 1907] *Over de grondslagen der wiskunde*, L.E.J. Brouwer. Amsterdam etc.: Maas en van Suchtelen, 1907.

[Dantzig 1927] 'De maatschappelijke Waarde van onderwijs in wiskunde', *Euclides* **3** (1927), pp. 187–197.

[Dantzig 1928] 'Intuïtionistisch invoering van de topologische ruimte in verband met de grondslagen eener mathematiseering der psychologie', D. van Dantzig. ongepubliceerd [Archief DvD].

[Dantzig 1931] *Studien over topologische algebra*, D. van Dantzig. Amsterdam: H.J. Paris, 1931.

[6] D. van Dantzig was in de aanvang, tot en met de B, redacteur van de Zesde Druk van de Winkler Prins. Daarna vertrok hij met onenigheid

[7] 'Wiskunde, Maatschappelijke Betekenis', D. van Dantzig. ongepubliceerd manuscript, ± 1953 [Archief DvD]

[Dantzig 1938] *Vragen en schijnvragen over ruimte en tijd*, D. van Dantzig. Delft: Waltman, 1938.

[Dantzig 1941] 'Mathematische en empiristische grondslagen der waarschijnlijkheidsrekening', D. van Dantzig. *Nederlands Tijdschrift voor Natuurkunde* **8** (1941), pp. 70–93.

[Dantzig 1946] 'Wiskunde, logica, ervaringswetenschappen', D. van Dantzig. college Delft. In: *het Orakel van Delft*, januari-juli 1945.

[Dantzig 1947] 'General procedures of empirical science', D. van Dantzig. *Synthese* **5** (1947), pp. 441–445.

[Dantzig 1948] 'Over de maatschappelijke functie van zuivere en toegepaste wetenschappen', D. van Dantzig. *De Functie der Wetenschap. Tweede Symposion der societeit voor culturele samenwerking, 's Gravenhage*, E.W. Beth, D. van Dantzig, C.F.P. Stutterheim. 's Gravenhage: H.P. Leopolds Uitgevers-mij N.V., 1948. pp. 20–40.

[Dantzig 1949] *Blaise Pascal en de betekenis van de wiskunde voor de studie van de menselijke samenleving* [inaugurele rede UvA], D. van Dantzig. *Euclides* **25** (1949), pp.203–232.

[Dantzig 1953] 'Wiskunde. Maatschappelijke Betekenis', D. van Dantzig. ongepubliceerd manuscript, 1953 [Archief DvD].

[Mannoury 1917] *Over de sociale beteekenis van den wiskundigen denkvorm* [inaugurele rede UvA], G. Mannoury. Groningen: Noordhoff, 1917.

[Mannoury 1947] *Handboek der Analytische Signifika*, G. Mannoury. Bussum: Kroonder, 1947.

Proceedings Symposium *Van Dantzig 2000* pp. 89 – 98

Hoofdstuk 6

Wiskunde, Maatschappelijke Betekenis

David van Dantzig

Dit is de tekst van een ongepubliceerd manuscript van David van Dantzig uit 1953.

De Wiskunde, die tot voor betrekkelijk korte tijd vrijwel uitsluitend in de Sterrenkunde, de Natuurkunde en de Technische wetenschappen gebruikt werd, heeft in de laatste jaren voor talrijke andere facetten van het wetenschappelijk en maatschappelijk leven een zeer grote betekenis gekregen. Vooral tijdens en na de laatste wereldoorlog heeft deze ontwikkeling een stormachtig karakter aangenomen.
Zij uit zich daarin, dat 1° het *aantal* sectoren van het leven, waarin wiskunde gebruikt wordt sterk is toegenomen, 2° de *mate* waarin wiskunde daar wordt toegepast en de moeilijkheid der gebruikte wiskundige methoden eveneens sterk is gestegen, en 3° het *aantal wiskundigen* en andere wiskundig min of meer onderlegde personen dat op allerlei terreinen werkking vindt zo sterk is gegroeid, dat het nauwelijks nog mogelijk is, een voldoend groot aantal voldoend competente krachten te vinden om in de behoeften te voorzien. Mede in verband daarmede heeft ook de *aard* van de beoefening der wiskunde, en zelfs van de wiskundigen zelf, een verandering ondergaan, naar sommiger mening – en niet gehéél zonder grond – tot schade van de wetenschap zelve. Terwijl tot voor enkele decenniën wiskundigen veelal tamelijk in zichzelf gekeerde ("introverte") kamergeleerden waren, die "l'art pour l'art"

beoefenden, zich erop beroemden, geen kostbare laboratoria en klinieken nodig te hebben, maar met een potloodje en een stukje papier tevreden te zijn, en zelfs toepassing van de wiskunde soms als beneden hun waardigheid beschouwden, zijn sinds de eerste wereldoorlog meer en meer wiskundigen zich ook van bepaalde *maatschappelijke* plichten bewust geworden. Deze ontwikkeling is tijdens de eerste wereldoorlog begonnen, toen in de V.S. – in tegenstelling tot Engeland, waar enkele bijzonder begaafde wiskundigen (en andere geleerden) voor de gewone velddienst gebruikt werden en sneuvelden – een aantal wiskundige dienstplichtigen in instituten voor wetenschappelijk onderzoek te werk stelden. Vervolgens hebben Russische wiskundigen na de revolutie, naast hun zuiver wiskundig werk, ook taken van meer dirct sociaal belang op zich genomen. Vooral echter tijdens de tweede wereldoorlog werd voor velerlei militaire doeleinden van wiskundigen gebruik gemaakt, waarbij in het bijzonder de V.S. zich van vele emigranten konden bedienen, die zich gretig van hun dankbaarheidsplicht jegens hun nieuwe vaderland kweten. Dit heeft tengevolge gehad, dat vooral ook na de oorlog in Amerika het leger en de luchtmacht, en vooral de marine, op enorm grote schaal zuiver wetenschappelijk werk subsidiëren, dat vaak slechts in zeer ver verwijderd verband staat tot eventuele militaire toepassingen, maar ook, dat Amerikaanse industrieën hun leidende functionarissen niet meer uitsluitend onder de ingenieurs, juristen en ekonomen, maar ook onder wiskundigen zoeken. Een soortgelijke ontwikkeling, zij het op zeer veel kleinere schaal, en in andere vormen, heeft zich sindsdien in vele andere landen voorgedaan.
Van *welke aard* is de hulp die wiskunde bij allerlei onderzoek kan bieden? In de eerste plaats natuurlijk, komt het veel voor, dat men de directe *resultaten* nodig heeft van berekeningen die alleen met behulp van algebra, differentiaal- en integraalrekening en andere delen der wiskunde kunnen worden uitgevoerd. Hierover laat zich natuurlijk op een populair niveau niet veel zeggen, Wèl echter kan ook de leek inzien, dat de uiterst verfijnde moderne waarnemingstechniek voor de berekening van haar resultaten zéér veel moeilijker en precieser wiskundige methoden vereist dan voordien het geval is. Een wiskundig geformuleerde theorie die verschijnselen voldoende nauwkeurig weergeeft, als zij per secunde worden waargenomen, zal meestal diepgaande verbetering behoeven als men millisecunden, of zelfs mikrosecunden gaat waarnemen, en de daarbij te gebruiken wiskunde wordt steeds veel gecompliceerder. Van deze aard zijn de meeste toepassingen in de Natuur- en Sterrenkunde, en aanverwante gebieden, als Meteorologie, Oceanografie, Geofysika, Hydrodynamika, Aërodynamika, enz., waarover we daarom hier niet veel kunnen zeggen. Wat de natuurkunde betreft, geldt dit met name ook voor het atoomonderzoek, maar allerminst alléén voor

dit gebied. Over het gehele terrein vereist de vervaardiging, de verbetering en het gebruik van precisie-instrumenten (men denke b.v. aan de elektronenmikroskoop) verfijnde wiskundige methoden.
Voorts ontleent de wiskunde haar ruime toepasbaarheid aan het feit, dat precies dezelfde wiskundige methoden die ten behoeve van één toepassingsgebied ontwikkeld worden, vaak ook op geheel andere terreinen bruikbaar zijn, op dezelfde wijze als b.v. het feit dat $6 \times 9 = 54$ is vrijwel overal wel eens te pas komt. Zo kan b.v. *dezelfde* wiskundige theorie die gebruikt wordt om de uitbreiding van de menselijke bevolking door geboorte en dood te beschrijven, (gebruikt in de bevolkingsleer en de verzekeringswetenschap) niet alleen dienen voor onderzoek van een vleermuizenkolonie in een grot, of andere dierlijke of plantaardige "populaties" (gebruikt in de biologie) en van de uitbreiding van epidemische ziekten (medische wetenschap), maar ook voor het ontstaan en vergaan van elementaire deeltjes in atoom-processen, kosmische straling, e.d. (natuurkunde) .
Belangrijker misschien nog is het feit, dat de wiskunde zowel *dwingt* als *leidt* tot scherpere begripsvorming, vooral in die gebieden (b.v. ekonomie, psychologie, sociologie), die nog lijden aan vrij grote vaagheid van sommige fundamentele begrippen, en waarvan men lange tijd gemeend heeft, dat wiskundige methoden daar onbruikbaar zouden zijn. De gedachtegang die men daarbij volgt is de volgende. Men streeft er in zulk een gebied *niet* naar, de waarneembare verschijnselen volkomen exact weer te geven (hetgeen toch niet zou gelukken), of zelfs de daar gebruikte begrippen precies te definiëren. In plaatst daarvan voert men *nieuwe* begrippen in, die zich wèl exact laten definiëren, en die althans enkele belangrijke trekken met de intuïtieve begrippen gemeen hebben. Voorts geeft men proberenderwijs enkele eigenschappen van zulke begrippen, die ook ruwweg met de ervaring overeenstemmen, door formules weer, en men leidt nu zoveel mogelijk resultaten af uit dit zgn. "wiskundig model" van de beschouwde wetenschap. De bedoelde eigenschappen worden grondonderstellingen, of ook wel "axioma's" genoemd, hoewel met dus allerminst aanneemt, dat deze "axioma's" volkomen en onbetwijfelbaar juist zijn. Redenerender- en rekenenderwijs gaat men nu na, wat men zou moeten waarnemen, àls het model precies juist was. Door deze denkbeeldige waarnemingen met de werkelijke te vergelijken, kan men nu vinden op welke punten het model verbetering behoeft. Vaak vindt men zo een model, dat voor een beperkt terrein van onderzoek alleszins voldoende is, en die dit in ieder geval veel beter weergeeft dan de vóór dien gebruikte "verbale" beschijving, zoals men b.v. ook van een vliegtuigmodel, een maquette van een stadsdeel of een kaart van een landschap, ook al weet men vooraf, dat deze de werkelijkheid slechts

zeer globaal weergeven, méér daarover kan leren dan uit een beschrijving in woorden. Maar ook dáár, waar niet onbelangrijke verschillen tussen model en werkelijkheid blijven bestaan (omdat anders het model te ingewikkeld, en daardoor onhanteerbaar zou worden) werkt deze methode bijna altijd in hoge mate begripsverhelderend. Ook dwingt men zichzelf op deze wijze, na te gaan of een of andere uitspraak of zelfs theorie al dan niet "toetsbaar" is, d.w.z. tot resultaten leidt die aan de ervaring getoetst kunnen worden.
Op welke gebieden wordt tegenwoordig wiskunde togepast? Het is thans haast gemakkelijker aan te geven, waar dit niet of nauwelijks het geval is: om ons voor het moment tot de wetenschappen te beperken en slechts de belangrijkste te noemen: de rechtswetenschap, de theologie en de taal- en letterkunde.
Het meest de aandacht trekken de toepassingen in de *industrie*, waarbij men vrijwel alle massa-productie met behulp van de methode der *wiskundige statistiek qualiteits-contrôle*, of, algemener, qualtiteitsbeheersing toepast. Men kan bij een massaproduct niet van elk afzonderlijk onderdeel de qualiteit onderzoeken, niet slechts omdat het te veel tijd en geld zou kosten, maar ook omdat door het onderzoek het product vaak onbruikbaar wordt: als men van iedere gloeilamp die de fabriek wil afleveren eerst wilde proberen, na hoeveel branduren ze onbruikbaar wordt, zou men geen enkele lamp overhouden om af te leveren. Men is dus gedwongen, *steekproeven* te nemen. De *wiskundige statistiek* leert nu, hoe, en hoe groot, men deze steekproeven moet nemen, om een voldoende graad van *betrouwbaarheid* met zo groot mogelijke zuinigheid te combineren. Dezelfde gedachtegang ("Sampling theory") wordt ook op andere gebieden toegepast: *bevolkingsleer* (vervanging van volkstellingen door schattingen op grond van steekproeven), *markt-analyse*, en *opinie-onderzoek*. Ook op talloze andere punten trekt de industrie profijt van de wiskundige statistiek, b.v. door de vaststelling van "tolerantiegrenzen", d.w.z. grenzen waarbinnen bepaalde eigenschappen van een product van de ideale mogen afwijken. Hier zal op de duur zelfs de rechtswetenschap wiskunde gaan gebruiken, b.v. om in verschillende voor het bedrijfsleven belangrijke wetten zulke "tolerantiegrenzen" op te nemen. Ook voor allerlei andere gebieden, zelfs b.v. voor de filosofie, de politiek, het internationaal recht, e.a. is dit begrip van belang, doordat men zich aanwent, bij allerlei idealiserende en door hun vaagheid vrijwel onbruikbare begrippen (b.v. "vrijheid", "demokratie", "agressie" enz. enz.) bepaalde tolerantiegrenzen in acht te nemen, die zich vaak véél nauwkeuriger laten definiëren dan het als absoluut gestelde begrip zelf. Daarnaast echter zal de toepassing van statistische methoden in handel en industrie in de eerstvolgende decenniën ongetwijfeld nog sterk toenemen. Ditzelfde geldt ook voor andere gebieden

als de biologie en de farmakologie, de medische wetenschap en de psychologie, waar men een analoge ontwikkeling heeft kunnen waarnemen. Met de landbouwwetenschap is dit reeds sinds langere tijd het geval, in de psychologie heeft vooral de *psychotechniek* een soortgelijk gevolg gehad, en zelfs tot nieuwe statistische methoden geleid, die – vgl. het boven gestelde – ook op velerlei ander gebied van nut bleken te zijn (b.v. de zgn. "rang-invariantie" en "verdelingsvrije" statistische methoden, en de zgn. *factor-analyse*).
In de *ekonomie* heeft de wiskundige theorie hier te lande, dankzij het baanbrekende werk van Prof. J. Tinbergen ("ekonometrie") reeds sinds lang burgerrecht verkregen. Daarnaast heeft zich later een theorie ontwikkeld (door de wiskundige J. von Neumann opgesteld en door hem met behulp van de ekonoom O. Morgenstern uitgewerkt), waarin de ekonomie als een "strategisch spel" beschouwd wordt. Ondersteld wordt daarin, dat ieder ekonomisch individu, dat aan dit spel deelneemt, dat deels van "het toeval", deels van zijn eigen handelingen en die van anderen afhangt, dit doet met het doel zoveel mogelijk winst te behalen. Hoewel men op deze basis van een medogenloze "struggle for life" zeker niet *alle* ekonomische verschijnselen kan interpreteren, heeft ze, als model, toch wel sommige feiten beter leren begrijpen, en kan ze vaak concrete problemen helpen oplossen. Meer nog dan in de ekonomie geldt dit in de *strategie*. Verwant, maar niet identiek hiermede, is de leer der zgn. "linear programming", en algemener de *decisietheorie*. Deze wordt gebruikt als richtlijn voor ons handelen in *onzekere* omstandigheden. Zij geeft in mathematisch gepreciseerde vorm weer, wat eigenlijk een ieder weet: men tracht zoveel mogelijk *alle* mogelijkheden op te sporen die de uitkomst kunnen beïnvloeden, en van elk de waarschijnlijkheid zo nauwkeurig mogelijk met statistische methoden te schatten; men gaat van elke beslissing die men zou kunnen nemen na, tot welk resultaat ze, onder *iedere* combinatie van omstandigheden, zou leiden, en kiest tenslotte díe beslissing, waarvan het gemiddeld verwachte resultaat "optimaal", d.i. zo gunstig mogelijk zal zijn. Wiskundig gezien berust deze theorie op de studie van convexe kegels. Natuurlijk geldt hiervoor wat boven over "modellen" gezegd is: het wèrkelijk optimum zal doorgaans niet precies met het berekende overeenstemmen, doordat het model model de werkelijkheid alleen op sterk vereenvoudigde wijze weergeeft, en doordat nog allerlei onzekerheden overblijven. Door de afwijking van model en werkelijkheid kunnen ook enkele pogingen te "bewijzen" dat een systeem van vrije ekonomie altijd minstens even gunstig is als elk ander systeem, dat daaruit door het opleggen van (lineaire) bindingen ontstaat, niet als logisch dwingend worden beschouwd. Bovendien worden de berekeningen al gauw exorbitant van omvang en moeilijkheid. Desondanks kan men in vele gevallen mèt de theorie

zeer veel méér bereiken dan er zònder, met name bij beslissingen van grote draagwijdte. Ze wordt dan ook vooral in de grote industrie en in de militaire

FIGUUR 6.1. Van Dantzig had in de Verenigde Staten leren autorijden en zich bij terugkeer een automobiel aangeschaft. Hier met zijn Woolseley op de stoep van het Mathematisch Centrum in 1954. Foto [Archief DvD]

"logistiek" gebruikt (b.v. in de oorlog, voor decisies over de verdeling van beschikbare arbeidskrachten en kapitalen over verschillende industrieën, van schepen voor verschillende doeleinden, enz. enz.). Dit is de zogenaamde "activity analysis" waarop zich vooral de school van onze voormalige landgenoot Tjalling Koopmans te Chicago toegelegd heeft. Fundamenteel is hier het "allocatie" of toewijzings-probleem. Welke hoeveelheden van zeldzame grondstoffen moet men aan verschillende gegadigde industrieën toewijzen om voor alle tezamen een optimaal resultaat te bereiken? Dit probleem doet zich in een kapitalistische en in een socialistische ekonomie in vrijwel identieke vorm voor, een leerzaam voorbeeld van een algemener verschijnsel, t.w. dat de felste ideologische tegenstellingen vaak onbelangrijk worden, als men tot concrete problemen overgaat. Men kan althans in principe, alles wat men zònder de theorie op andere basis (b.v. "intuïtie", d.w.z. ongeanalyseerde ervaring) bij zijn beslissing in aanmerking zou nemen, in de theorie

onderbrengen, en dwingt zichzelf daardoor, zich rekenschap te geven van allerlei vóór dien veelal onbewust gebleven verwachtingen, hun mogelijke invloed quantitatief te schatten en deze met andere effecten te vergelijken. Natuurlijk blijven er nog talrijke onzekerheden over, geen zinnig mens verbeeldt zich, dat men zo tot feilloos werkende decisies kan komen, maar desondanks zijn de voordelen onmiskenbaar. Bij de oplossing van het decisieprobleem kan men een zgn. "minimax"-methode toepassen, d.w.z. die oplossing kiezen, waarbij onder de allerongunstigst mogelijke ("minimum") omstandigheden het dàn zo gunstig mogelijke ("maximum") resultaat kan worden bereikt. Dát is de methode van de pessimist: als àlles tegenloopt, het verlies zoveel mogelijk beperken. Men kan echter ook andere minder zwaartillende oplossingsmethoden kiezen door met de geringe waarschijnlijkheid van de allerongunstigste omstandigheden rekening te houden.
Sterk de aandacht getrokken heeft voorts een gebied dat zich in de laatste tijd ojntwikkeld heeft en waarvan verschillende delen als "*Communicatie-theorie*", "*Informatie-theorie*" en "*Cybernetika*" bekend staan. Dit gebied is voortgekomen uit een zuiver technische probleemstelling. De grote uitbreiding van behoeften in de "communicatietechniek" (telefoon, telegraaf, radio, televisie, e.d.) heeft de noodzaak meegebracht, zuinig te zijn met de "kanalen", waarlangs de communicatie geschiedt. Bij telefoonlijnen b.v. zal met zoveel mogelijk gesprekken gelijktijdig langs één lijn willen overbrengen; bij radio en televisie zal men tengevolge van de concurrentie der verschillende stations de voor ieder station beschikbare "bandbreedte" op de golflengtenschaal zo klein mogelijk moeten houden. In beide gevallen is het duidelijk, dat te grote zuinigheid er toe leidt, dat de gesprekken, resp. uitzendingen elkaar gaan storen. Dit is een gevolg van onvermijdelijke onvolkomenheden in de overbrenging, voortvloeiende b.v. uit onregelmatige bewegingen van elektronen langs de lijn, in het algemeen "(ge)ruis" genaamd. Dit zuiver technische probleem nu, zoveel mogelijk "informatie" per tijdseenheid langs een bepaald "kanaal" over te brengen, heeft er toe geleid, dat men voor het begrip "hoeveelheid informatie" een quantitatieve definitie heeft opgesteld, en daarvan de wiskundige theorie heeft ontwikkeld.
Zoals gewoonlijk bleek dit begrip op verschillende andere gebieden toepasbaar, met name in de fysiologie der zintuigen. De zintuigen, immers, vangen "informatie" uit de buitenwereld op, die langs de zenuwen naar het centraal zenuwstelsel wordt overgebracht. De mathematische precisering van dit informatiebegrip – dat overigens ook nauw verband houdt met het *entropie*-begrip in de natuurkunde – heeft deze processen in verschillende opzichten beter leren begrijpen. B.v. heeft men door ook het aan de radio

techniek ontleende begrip der "terugkoppeling" (Engels: feed back) in algemenere vorm toe te passen beter inzicht gekregen in sommige nerveuze afwijkingen. Ook in de sociologie, waar immers de overdracht van informatie tussen individuen en bevolkingsgroepen een grote rol speelt, heeft men reeds toepassingen trachten te maken. Dit gehele gebied, dat overigens nog in een beginfase van ontwikkeling verkeert, werd door N. Wienen met de naam "Cybernetica" ("bersturingsleer" of "stuurkunde") bestempeld.
Van het grootste belang is de informatietheorie ook voor de bouw van *elektronische rekenmachines*, ongeveer tijdens de laatste wereldoorlog begonnen, en vervolgens ook in andere landen vervolgd en verbeterd. Ook in ons land zijn, zij het op bescheidener schaal enkele van deze machines geconstrueerd. Door de in vroegere typen van rekenmachines gebruikte zware, en daardoor zeer trage, machine onderdelen als tandraderen e.d. te vervangen door de uiterst lichte en snelle elektronen, heeft men de snelheid enorm kunnen opvoeren, en daardoor ook berekeningen, die vroeger door hun gecompliceerdheid en omvang volkomen onuitvoerbaar waren, kunnen maken. Een belangrijk onderdeel van deze machines is het "geheugen", een apparaat, waarin gedeeltelijke uitkomsten der berekening tijdelijk "bewaard" kunnen blijven (b.v. als gemagnetiseerde stippen op een trommel), om later weer door de machine zelf "afgelezen" en voor de verdere delen der berekeningen gebruikt te worden. Een voorbeeld van zulk een "geheugen" is een band- of wire-recorder. Voor elk gedeelte der berekening wordt vooraf een "programma" gemaakt, in de vorm van een elektrisch schakelbord met vele zorgvuldig uitgedachte verbindigen, waardoor de machine het uiterlijk krijgt van een kleine telefooncentrale. De *gegevens*, d.i. de "uit de buitenwereld opgenomen informatie" worden b.v. in de vorm van geponste stroken of kaarten (anglicistisch: "ponskaarten", Engels: "punch cards") in de machine gebracht, waarna deze volledig automatisch werkt. Deze gegevens kunnen ook inhouden, dat (vooraf bepaalde) programmawijzigingen moeten worden uitgevoerd. Merkwaardig is, dat in deze machines meestal het *tweetallig* stelsel van getallen gebruikt wordt, dat vroeger nauwelijks anders dan als een curiositeit beschouwd werd, waarmede zich de wiskundigen om voor een buitenstaander onbegrijpelijke redenen bezig hielden, zonder dat met toen nog enige praktische bruikbaarheid kon vermoeden.
Het gebruik van aan het menselijk geestesleven ontleende woorden als "geheugen", "aflezen", "waarnemen", "uitrekenen: e.d. voor onderdelen en verrichtingen van de machine, zou er toe kunnen leiden, dat men meent dat de Cybernetica de mens slechts als een machine beschouwt. Dit is geenszins het geval. Wel echter is gebleken, dat veel meer psychische activiteiten van de mens grote analogie vertonen met verrichtingen die de machine kan uit-

voeren, dan men vroeger voor mogelijk heeft gehouden. Anderzijds kan met door de machine als een sterk vereenvoudigd "model" van ons geestesleven te beschouwen, in dit laatste op allerlei punten aanzienlijk verhelderd inzicht verkrijgen. Nodig is echter dat men zich óók van de belangrijke verschillen die blijven bestaan duidelijk bewust blijft.
Via de informatieleer en de (reeds veel oudere) wiskundige logika komt men thans ook tot enkele toepassingen van de wiskunde in de taalwetenschappen. We vermelden hiervan de verheldering die de taalkundige begrippen "syntaxis" (leer van de woordvoeging) en "semantiek" (betekenisleer) door de mathematische logika heben verkregen, voorts de kryptologie (geheimschiftleer), waarin men door wiskundige bewerkingen een geheime code construeert, die de ontvanger van het geheimschrift langs machinaal-wiskundige weg met behulp van taalstatistiek tracht te "verbreken" (ontcijferen), en tenslotte een aantal, nog in een beginstadium verkerende onderzoekingen naar de mogelijkheid van automatische vertaalmachines voor wetenschappelijke teksten. De grootste moeilijkheid is gelegen in de veelzinnigheid van sommige woorden (men denke b.v. aan "bank" als zitplaats en als ekonomische instelling), tengevolge waarvan de machine onhanteerbaar zou worden. Men kan hieraan tegemoet komen door de tekst een vóórbewerking te laten ondergaan en aldus voor de machine pasklaar te maken, of/en op de vertaalde tekst een nabewerking toe te passen. Beide bewerkingen kunnen verricht worden door iemand die slechts één der talen behoeft te kennen. Op grond van deze ontwikkeling is het te verwachten, dat de wiskunde of althans de symbolische logika en "semantiek" (betekenisleer) voor althans bepaalde gedeelten der taalwetenschap op de duur een even onontbeerlijk hulpmiddel zal worden als zij thans reeds voor zovele andere wetenschappen is.
Ter voorkoming van misverstand zij er op gewezen, dat het invoeren van wiskunde in zo vele en zo verschillende wetenschappen *niet* inhoudt, dat nu alle vakgeleerden om op de hoogte van hun tijd te blijven direct hogere wiskunde moeten gaan leren. Vooralsnog blijft het gebruik van wiskundige methoden in elk gebied tot enkele sectoren beperkt. Wèl echter houdt het de wenselijkheid in, ook in ons land, in elk dezer wetenschapsgebieden een beperkt aantal daartoe geschikte jonge krachten náást hun vakopleiding een grondige wiskundige opleiding te geven, opdat Nederland, als geheel bezien, bij deze ontwikkeling niet achter blijft. Oók is het te verwachten, dat het aantal wiskundig georiënteerden ook in ons land in de toekomst nog vrij aanzienlijk zal toenemen, en dat eventuele pogingen, die enkelen wellicht zullen ondernemen, het dóórdringen van wiskundige methoden in hun gebied tegen te houden, zullen falen. De ervaring leert in telkens weer

andere gebieden dat de "zachte schil"-methoden, zoals men de oudere niet-wiskundige werkwijze wel eens noemt, niet blijvend tegen de wiskundige of de "harde schil"-methoden kunnen wedijveren.
In *Nederland* heeft de hier geschetste ontwikkeling er toe geleid, dat meer en meer universiteiten en hogescholen er toe zijn overgegaan, het wiskunde onderwijs ook in de richting van de statistiek en toegepaste wiskunde uit te breiden, terwijl voor studenten in de ekonomie een opleiding in elementaire wiskunde verplicht is gesteld. Voorts gaan meer en meer industrieën er toe over wiskundige statistici aan te stellen, terwijl grote industrieën hun reeds bestaande wiskundige en/of statistische staf hebben uitgebreid, tengevolge waarvan thans een tekort aan studenten in de wiskunde is ontstaan. Ook moet in het kader van deze ontwikkeling de stichting in 1946 van het Mathematisch Centrum te Amsterdam gezien worden, dat zowel zuiver als toegepast, statistisch en numeriek wiskundig onderzoek verricht, moderne rekenmachines construeert, adviezen aan industrieën en wetenschappelijke laboratoria verstrekt, en onderzoekers op allerlei gebied behulpzaam is bij hun pogingen zich de voor hun werk benodigde hogere wiskundige kennis te verschaffen.
Het omvangrijkste en voor ons land belangrijkste complex van toegepast wiskundige problemen, dat thans in onderzoek is, is na de overstromingsramp van 1 Februari 1953 gerezen, en heeft betrekking op de maatregelen die genomen moeten worden om in de toekomst dergelijke rampen te vermijden. Deze problemen zijn deels van statistische, deels van ekonometrische, deels van hydrodynamische aard, vooral de laatste zijn nog veel moeilijker en omvangrijker dan het pionierswerk dat ten behoeve van de drooglegging der Zuiderzee door de Staatscommissie Lorentz is verricht. De hiervoor benodigde onderzoekingen worden, behalve natuurlijk door het Ministerie van Waterstaat zelf, door het KNMI, het Centraal Plan Bureau en het Mathematisch Centrum, deels afzonderlijk, deels in nauwe samenwerking onderling en met genoemd Ministerie verricht.

D. Van Dantzig.

Proceedings Symposium *Van Dantzig 2000* pp. 99 – 121

Hoofdstuk 7

David van Dantzig en de ontwikkeling van de stochastiek in Nederland

W.R. van Zwet

1. Van Dantzig de docent

Het is niet zo simpel om een enigszins volledig beeld te geven van de invloed die David van Dantzig op de ontwikkeling van de stochastiek[1] in Nederland heeft gehad. Laat ik dus maar eenvoudig beginnen en vertellen hoe deze fascinerende man mij persoonlijk op sleeptouw nam. Anderen zullen daar ongetwijfeld het een en ander in herkennen en bovendien draagt dit speciale geval wellicht bij tot een meer algemeen beeld.

Als Leidse wiskundestudenten hadden Jaap Fabius en ik in het midden van de jaren 50 min of meer toevallig kennis gemaakt met de toegepaste statistiek. Wiskunde kwam daar amper aan te pas, maar we hadden toch het vermoeden dat het daar veel mee te maken had. Na enig onderzoek stelden wij in Amsterdam de existentie vast van Prof. Van Dantzig, hoogleraar in de Leer der Collectieve Verschijnselen en bij voortgezet on-

[1] In tegenstelling tot sommige vakgenoten aan technische universiteiten gebruik ik het woord *stochastiek* in de betekenis van kansrekening en statistiek.

FIGUUR 7.1. D. van Dantzig in 1958 aan het Singel te Amsterdam. Foto [Archief DvD]

derzoek bleek deze leer de kansrekening en de mathematische statistiek te behelzen. In het najaar 1955 meldden wij ons dus nietsvermoedend aan voor het college in deze bijzondere leer en ik vroeg in Leiden aan Prof. Kloosterman of ik een paar doctoraal tentamens mocht afleggen bij Prof. Van Dantzig in Amsterdam. De snelheid waarmee hij hierin toestemde had natuurlijk een waarschuwing moeten zijn.

Tijdens het college volgden de waarschuwingen elkaar trouwens in hoog tempo op. Er bleken drie studenten te zijn, waarvan de Leidse twee-mans fractie dus een royale meerderheid uitmaakte. Door dit kleine aantal was je een voortdurende prooi voor allerlei vragen die Van Dantzig op zijn gehoor afvuurde en waarop het antwoord vooral in het begin een volledig mysterie was. Nominaal duurde het college van twee tot vier, maar meestal ging het tot half zes door. Jan Hemelrijk, die lange tijd als assistent van Van Dantzig was opgetreden, heeft mij later verteld dat hij zijn colleges zorgvuldig voorbereidde, maar desondanks ging het er tegen het eind van het college nogal eens chaotisch aan toe en mochten we een vastgelopen bewijs zelf thuis afmaken. Er waren allerlei antieke gestencilde dictaten die echter niet werden behandeld, maar wel tot de tentamenstof bleken te behoren. Om een afspraak voor het tentamen te mogen maken moest een onbekend aantal jaren college worden gevolgd; het tentamen ging dan over de genoemde dictaten, de collegestof en een tweetal artikelen uit de *Annals of Mathematical Statistics* die weer geheel los stonden van de rest. Het behoeft niet te verbazen dat diegenen die deze behandeling overleefden vrijwel zonder uitzondering hoogleraar in de kansrekening of statistiek zijn geworden! Zelf meldde ik mij na een tijdje weer bij Kloosterman met de vraag of twee tentamens bij Van Dantzig misschien voor drie Leidse tentamens mochten gelden. Toen Kloosterman ook nu weer meteen grinnikend toestemde, begreep ik pas goed waar ik aan begonnen was.

Ondanks het weinig aanmoedigend karakter van de studie in de Leer van de Collectieve Verschijnselen besloot bij mijn weten zelden iemand om er mee op te houden. Alleen de werkelijk geïnteresseerden begonnen er aan en als het begrip 'kans' je als wiskundige eenmaal heeft geraakt, kom je er moeilijk weer vanaf. Bovendien was Van Dantzig een fascinerend mens die zijn vak op een fanatieke en compromisloze manier beoefende en zijn studenten daarin meesleepte. Op college praatte hij eigenlijk het liefst over datgene waar hij zelf mee bezig was en de standaard collegestof schoot er daardoor vaak bij in. Zo weet ik nog steeds allerlei dingen die elders in de wereld vrijwel niemand weet, terwijl ik later veel tijd heb moeten investeren om achter allerlei zaken te komen die iedereen scheen te weten. Het niveau van de colleges was voor studenten wel wat aan de hoge kant en het zelf verzinnen van ontbrekende bewijzen kostte tijd, maar omdat Van Dantzig de dingen heel precies probeerde uit te leggen was het nog net te doen. Als ik nu mijn collegedictaten nog eens bekijk, dan zie ik dat ik daar hard aan heb gewerkt maar dat de collegestof heel redelijk is over gekomen.

Laat ik drie voorbeelden noemen van Van Dantzigs onorthodoxe colleges. Bij een college kansrekening wandelden wij kalmpjes het geijkte pad af van de maat- en integratietheorie, waarbij het mij alleen opviel dat het wat anders ging dan ik met de meer functionaal-analytische aanpak van Zaanen had geleerd. Maar op een goede dag begon de axiomatiek van Kolmogorov hem te ergeren. Een sigma-additieve kans op een sigma-algebra is ook niet zo'n heel erg natuurlijk begrip en dus gingen we plotsklaps uit van een eindig additieve kans op een algebra van Boole. Op deze algebra wordt de (pseudo)-afstand van A en B gedefinieerd als de kans op het symmetrisch verschil van A en B. Door completeren van deze semi-metrische ruimte ontstaat een sigma-algebra met daarop een sigma-additieve kans. Althans dat bewees Van Dantzig en ik herinner mij dat ik diep onder de indruk was. Het drong toen niet tot mij door dat als er per ongeluk een aftelbare disjuncte vereniging in de oorspronkelijke algebra voorkomt waarvoor de sigma-additiviteit niet geldt, die ook niet kan gelden in de nieuwe sigma-algebra. Onlangs heb ik dit bewijs nog eens opgezocht in mijn oude collegedictaat en inderdaad, er zit een tamelijk subtiele fout in! Als je die fout wilt corrigeren, blijft er een stelling over die sprekend lijkt op het resultaat van het bekende uitbreidingsprocédé van Carathéodory. Toch een aardig bewijs! De fout is destijds niemand opgevallen, maar ik weet zeker wat Van Dantzig zou hebben gezegd als hij daarop gewezen zou zijn: "Zo zie je maar weer dat je zelfs intelligente studenten van alles wijs kunt maken". Dit was zijn standaard antwoord als er op college iets mis was gegaan.

Natuurlijk kwam ook Van Dantzigs eigen methode van de collectieve kenmerken bij tijd en wijle aan de orde. Een simpele toepassing van deze methode is het vinden van de momenten-genererende functie van de toetsingsgrootheid van de twee-steekproeventoets van Wilcoxon onder de nulhypothese. Beschouw de onafhankelijke en identiek verdeelde reële stochastische grootheden $X_1, \ldots, X_m$ en $Y_1, \ldots, Y_n$ met een continue gemeenschappelijke verdelingsfunctie F. Zij U het aantal paren (X_i, Y_j) met $Y_j < X_i$ en bepaal de momenten-genererende functie

$$A_{m,n}(p) = \sum\nolimits_u \mathbb{P}(U = u)p^u \quad [0 < u < 1]. \tag{1}$$

Hiertoe plaatsen wij een kanon in $+\infty$ en schieten eerst m en daarna n kogels naar links langs de getallenrechte af, zodanig dat de plaatsen $X_1, \ldots, X_m$ en $Y_1, \ldots, Y_n$ waar deze neerkomen, onafhankelijk zijn met verdelingsfunctie F. Steeds als een van deze $(m + n)$ kogels een eerder afgeschoten kogel passeert, treedt met kans $(1 - p)$ een catastrofe op en het al dan niet optreden van deze gebeurtenissen is onafhankelijk. Als $B_{m+n}(p)$ de kans voorstelt dat dit proces zonder catastrofe afloopt, dan geldt

$$A_{m,n}(p) = \frac{B_{m+n}(p)}{B_m(p) \cdot B_n(p)}. \tag{2}$$

Immers, U is verdeeld als het totaal aantal passages gegeven dat er geen passages van twee X'en of twee Y's voorkomen. Voor het bepalen van $B_i(p)$ beschikken wij over de recurrente betrekking

$$B_{k+1}(p) = B_k(p)l \cdot \frac{1 + p + p^2 + \ldots + p^k}{k + 1} = B_k(p) \cdot \frac{1 - p^{k+1}}{(k+1)(1-p)}$$

en om in de stijl van Van Dantzig te blijven, moet U de rest maar zelf thuis uitrekenen. Er komt uit

$$A_{m,n}(p) = \frac{c_{m+n}(p)}{c_m(p) \cdot c_n(p)}, \tag{3}$$

waarbij $c_k(p) = (1-p)(1-p^2)\dots(1-p^k)/k!$.

Een beslist heel spannend college ging in het voorjaar van 1957 over Sir Ronald Fishers juist verschenen boek over fiduciaire waarschijnlijkheid [Fisher 1956]. Aan dit controversiële boek waren vele jaren van spectaculaire ruzies voorafgegaan. Het twistpunt was het volgende. Veronderstel dat men een waarneming x doet van een stochastische vector X met een kansverdeling $\mathbb{P}_\theta$ die van een onbekende reële parameter θ afhangt. Gevraagd wordt nu een onder- en een bovengrens t_1 en t_2 voor θ te vinden zodat de uitspraak

$$t_1 < \theta < t_2 \tag{4}$$

met een voorgeschreven waarschijnlijkheid $(1-\alpha)$ juist is. Hierbij wordt voor α een klein positief getal — bijvoorbeeld $0,01$ — gekozen zodat (4) met kans $0,99$ juist is. De uitspraak (4) wordt een intervalschatting voor de onbekende parameter θ genoemd en levert een wat subtielere aanpak van het schattingsprobleem dan het opgeven van een geschatte waarde van θ, al dan niet voorzien van een standaardafwijking om de nauwkeurigheid van die puntschatting aan te geven.

Het venijn zit hem in de interpretatie van (4). Het standpunt dat Fisher in 1930 verdedigde, was dat men voor de beide grenzen in (4) de waarden $t_1 = t_1(x)$ en $t_2 = t_2(x)$ van twee verstandig gekozen functies van de waargenomen vector x moest kiezen. Zijn zogenaamde fiduciaire interval voor θ is dus

$$t_1(x) < \theta < t_2(x). \tag{5}$$

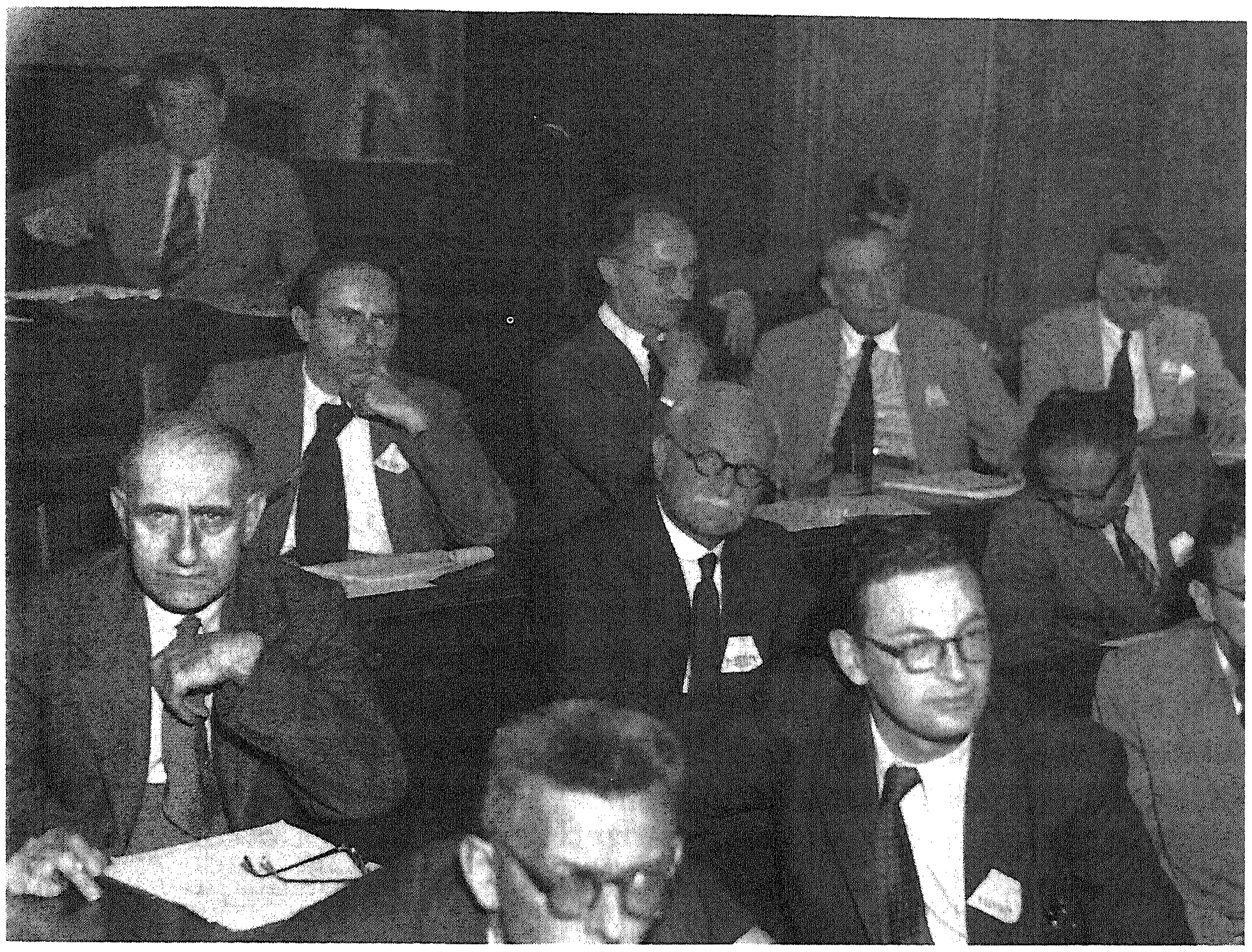
Maar in een concreet geval staan hier drie getallen — bijv. $10 < \theta < 12$ — waarbij θ weliswaar onbekend is, maar wel degelijk een rotsvast en welgedefinieerd getal voorstelt. Hoe kan (5) dan met kans $1-\alpha$ juist zijn? De uitspraak (5) is juist of niet en we weten niet welk van de twee het geval is. Waar komt die kansuitspraak dan vandaan als er in (5) niets stochastisch te bekennen valt? In Fishers optiek is door het waarnemen van de vector X de stochastische vector X vervangen door de waargenomen vector x, terwijl tegelijkertijd de onbekende constante θ een stochastische grootheid is geworden die met kans $0,99$ tussen de beide grenzen ligt. Hier wordt een aantrekkelijk model voor het verzamelen van kennis geponeerd: de volstrekt onbekende constante θ verandert door het doen van waarnemingen van karakter en krijgt een kansverdeling, waardoor kansuitspraken over θ mogelijk worden. Naarmate meer kennis wordt verzameld (meer waarnemingen worden gedaan), zal het interval (t_1, t_2) in het algemeen steeds korter worden totdat — bij iedere vaste onzekerheid α — de waarde van θ in de limiet bekend is. Een fraaiere vorm van inductie is bijna niet voorstelbaar!

Natuurlijk is deze overgang van de onbekende constante θ op een stochastische grootheid θ niet zonder problemen. In 1932 kwam Jerzy Neyman met een ander voorstel. Hij beschouwt $t_1(x)$ en $t_2(x)$ als waarnemingen van de stochastische grootheden $t_1(X)$ en $t_2(X)$ waarbij de functies t_1 en t_2 zo zijn gekozen dat

$$\mathbb{P}(t_1(X) < \theta < t_2(X)) = 1 - \alpha. \tag{6}$$

Hierbij is en blijft θ een onbekende constante en vormen $t_1(X)$ en $t_2(X)$) het stochastisch element waardoor een kansuitspraak zinvol is. Als nu wordt waargenomen dat de stochastische vector X de waarde x aanneemt en dus de stochastische grootheden $t_1(X)$ en $t_2(X)$ de waarden $t_1(x)$ en $t_2(x)$, dan kan men inderdaad Fishers uitspraak (5) doen, maar nu met een andere interpretatie. Voordat de waarneming van X wordt verricht, is de kans dat de onbekende constante θ in het stochastische interval $(t_1(X), t_2(X))$ ligt volgens (6) gelijk aan $1 - \alpha$. Nadat $X = x$ is waargenomen, kan men de uitspraak (5) doen, maar men kan niet meer volhouden dat de kans dat deze juist is gelijk is aan $1 - \alpha$. Men kan slechts beweren dat de methode die gevolgd wordt om het interval (5) te bepalen met kans $1 - \alpha$ tot een correct resultaat leidt. Iemand die geregeld zulke uitspraken doet, mag verwachten in $(1 - \alpha)100\%$ van de gevallen de waarheid te spreken. Of dit ook in een specifiek geval zo is, daar valt niets over te zeggen.

Aanvankelijk ontging ook Neyman dit subtiele verschil in interpretatie. Hij meende dat hij hetzelfde deed als Fisher en voorshands kwamen beide ook met dezelfde intervallen op de proppen. Fisher ontkende echter van meet af aan dat zijn fiduciaire interval hetzelfde was als Neymans betrouwbaarheidsinterval. In het simpele geval waarin beide tot hetzelfde interval komen, is het verschil eenvoudig in te zien. Laat X een eendimensionale normale verdeling bezitten met onbekende verwachting θ en variantie 1. Dan bezit $(X - \theta)$ een zogenaamde standaard-normale verdeling met verwachting 0 en variantie 1, die dus volledig bekend is. Neyman zou dus een positief getal c kiezen waarvoor $\mathbb{P}(-c < X - \theta < c) = 1 - \alpha$ en na het waarnemen van $X = x$ zou hij als betrouwbaarheidsinterval voor θ het interval $(x - c, x + c)$ opgeven.



FIGUUR 7.2. David van Dantzig op het Colloque International sur le Calcul des Probabilités. Genève, september 1949. Foto [Archief DvD]

Fisher zou in dit geval als volgt redeneren. $(X - \theta)$ heeft een standaard-normale verdeling. Als we $X = x$ waarnemen, neemt $(X - \theta)$ de waarde $(x - \theta)$ aan, maar daar θ volstrekt onbekend is en iedere reële waarde kan aannemen, geldt hetzelfde voor $(x - \theta)$. Door het waarnemen van $X = x$ ben ik met het bepalen van $(X - \theta) = (x - \theta)$ dus niets opgeschoten. Het ligt dan ook voor de hand om aan te nemen dat $(x - \theta)$ nog steeds dezelfde standaard-normale verdeling bezit als $(X - \theta)$ vóór het uitvoeren van de waarneming. Daar x niet stochastisch is, volgt hieruit dat θ dat nu wel is en een normale verdeling bezit met verwachting x en variantie 1. Dit noemt Fisher de fiduciaire verdeling van θ. Hieruit volgt dat de uitspraak $\theta \in (x - c, x + c)$ (fiduciaire) kans $1 - \alpha$ bezit. Het interval is dus hetzelfde maar de interpretatie niet. Met name is in Fishers aanpak onduidelijk wat zulke fiduciaire kansen precies zijn en wat de stochastische grootheid θ en de onbekende constante θ met elkaar te maken hebben.

Zolang beide methoden tot dezelfde intervallen voerden, maakte niemand zich erg druk over het subtiele verschil in interpretatie. De meeste niet-wiskundigen hanteren trouwens uit onbegrip vrijwel steeds de gemakkelijker in het gehoor liggende interpretatie van Fisher: θ ligt met kans $1-\alpha$ tussen twee grenzen. Het werd echter interessanter toen er ingewikkelder problemen aan de orde kwamen en de twee methoden tot verschillende antwoorden leidden. Neyman liet zien dat Fishers oplossing van het zogenaamde Behrens-Fisher probleem met het klassieke kansbegrip niet houdbaar was. De discussie waarbij met name Fisher zijn tegenstander op de meest schilderachtige verwijten trakteerde, duurde tot beide protagonisten waren overleden. Neyman vatte in 1961 zijn mening voor de laatste maal samen in een artikel getiteld 'On the silver jubilee of our dispute'. Op zijn beurt zette Fisher zijn ideeën over fiduciaire waarschijnlijkheid en fiduciaire intervallen op redelijk ondubbelzinnige wijze uiteen in [Fisher 1956]. Voor Van Dantzig met zijn voorliefde voor grondslagen-kwesties was dit *gefundenes Fressen* en zijn college over Fishers boek was een poging om te zien of de ideeën van Fisher misschien toch wiskundig te formaliseren waren.

Er kwam trouwens nog iets anders bij. Van Dantzig legde er altijd sterk de nadruk op dat in de notatie onderscheid moest worden gemaakt tussen stochastische grootheden en de waarden die zij aannemen. Op het Mathematisch Centrum heerste er daardoor het gebod dat stochastische grootheden door onderstrepen van het betreffende symbool dienden te worden weergegeven. De stochastische grootheid $\underline{x}$ nam op het MC de waarde x aan. Dat dit onderstrepen zetters tot wanhoop dreef, deed niet ter zake. Wat was er dus mooier dan te demonstreren hoe slecht het met Fisher was afgelopen omdat hij niet onderstreepte en geen onderscheid maakte tussen de waargenomen x en de stochastische X — pardon $\underline{x}$ — en de constante θ en de stochastische $\underline{\theta}$.

Het lukte niet om de fiduciaire redenering recht te praten, maar het college was wel een mooie intellectuele speurtocht. Na veel kritiek op Fisher volgde ineens de aankondiging dat er toch iets moois van te maken was, maar de week daarna bleek dat helaas niet te lukken. Er werd van alles overhoop gehaald, maar aan het eind van het verhaal bleef er van Fishers ideeën weinig heel en schreef Van Dantzig zijn befaamde boekbespreking 'Statistical Priesthood II' [Dantzig 1957b]. Hierin werd Fisher ondermeer uitgemaakt voor een hogepriester die dansend rond het altaar, zijn volgelingen met gezang en wierook bedwelmt en bang maakt door de banvloek die hij over zijn demonen uitspreekt. Alsof dit nog niet genoeg was, kreeg Fisher aan het slot van het artikel nog een trap na met behulp van Alice in Wonderland:

> '...has Fisher slain the Jabberwock? It seems that he did use the vorpal blade. But I am not so sure that he succeeded in shunning the frumious Bandersnatch. "You see, she didn't like to confess, even to herself, that she couldn't make it out at all. Somehow it seems to fill my head with ideas ... only I don't exactly know what they are. However, somebody killed something: that's clear at any rate".'

Nu had Fisher het er wel naar gemaakt, maar een beetje minder had misschien ook wel gekund! Zelf had ik van deze exercitie veel interessants geleerd. Het had bovendien het grote voordeel dat ik later nooit meer tijd aan dit onderwerp heb hoeven besteden, terwijl de meeste van mijn binnen- en buitenlandse collega's vroeg of laat onder de betovering van Fishers gedachten kwamen en er tijdenlang vergeefs mee worstelden.

De colleges van Van Dantzig waren ook in andere opzichten bijzonder. Zo werd veel aandacht aan de grondslagen van het vak besteed. In de statistische theorie werden niet alleen fiduciaire kansen van hun mystiek ontdaan, maar kwam ook het Bayesiaanse paradigma uitgebreid aan de orde. In de kansrekening had de axiomatiek van Kolmogorov het kansbegrip in een heldere wiskundige structuur ondergebracht, maar bleef nochtans de vraag naar de relatie tussen model en empirie — dat wil zeggen welke kansen in een concreet geval moeten worden toegekend — onbeantwoord. Pogingen om dit probleem aan te pakken werden besproken en bekritiseerd. Tenslotte was Van Dantzig één der eersten die het begrip *wiskundig model* en de rol hiervan helder over het voetlicht bracht. Ik heb modelbouw altijd als zo'n natuurlijke bezigheid beschouwd dat ik lang niet begrepen heb waarom we daar tegenwoordig colleges en werkgroepen over moeten geven. Achteraf realiseer ik mij dat ik ook dit van Van Dantzig heb opgestoken. Ook mijn irritatie over fysici die met uitlatingen als "We are reading the mind of God" blijk geven wiskundig model en werkelijkheid volledig te verwarren, komt vermoedelijk uit dezelfde bron. Bij herlezing van de geschriften van Van Dantzig trof ik hetzelfde sentiment in zo mogelijk verhevigde vorm aan. Eén van de grote verdiensten van Van Dantzig is dat hij in de relatief korte spanne van 14 jaar een groot aantal beginnende wiskundigen door zijn enthousiasme en brede kijk heeft weten te overtuigen dat er in de kansrekening en statistiek mooie wiskunde te beleven viel, met belangrijke en interessante toepassingen.

2. Van Dantzig de profeet

Van Dantzig was eigenlijk een zuiver wiskundige pur sang. Zijn maatschappelijke en politieke ideeën zowel als zijn ijzeren plichtsbetrachting zaten hem daarbij echter in de weg en dwongen hem zijn ivoren toren te verlaten. Begonnen als een succesvol topoloog met grote filosofische belangstelling, werd hij de leermeester en propagandist van de toegepaste wiskunde, in het bijzonder de stochastiek. Ook in de stochastiek ging echter een groot deel van zijn eigen wetenschappelijke belangstelling uit naar fundamentele problemen betreffende de grondslagen van dit vak. Bovendien bleef hij actief in de topologie ook nadat hij na de tweede wereldoorlog in Amsterdam hoogleraar in de stochastiek was geworden. Hemelrijk heeft in zijn necrologie van Van Dantzig [Hemelrijk 1959] gewezen op diens haat-liefde verhouding tot de toepassingen van de wiskunde, zoals verwoord in [Dantzig 1954]. In deze lezing voor de Vereniging voor Statistiek dacht hij met enige weemoed terug aan de tijd waarin hij alleen de verantwoordelijkheid had om correcte wiskunde te bedrijven en niet met de maatschappelijke aspecten van zijn werk rekening hoefde te houden. Maar toen hij eenmaal de overstap naar de stochastiek had gemaakt, wierp hij zich met een tomeloze gedrevenheid en energie op wat hij als zijn nieuwe taak zag.

Het begon met de oprichting van het Mathematisch Centrum (MC) in 1946 samen met Van der Corput, Koksma en Schouten. De Minister werd overtuigd van het maatschappelijk belang van de toepassingen van de wiskunde en in recordtijd ging het MC van start met Van Dantzig als chef van de Afdeling Mathematische Statistiek. Daar werd de eerste generatie wiskundige statistici opgeleid die later de leerstoelen in Nederland — en soms daarbuiten — zou bevolken. Statistische consultatie was een verplicht onderdeel van die opleiding. Het hierboven aangehaalde probleem van Van Dantzig met betrekking tot de maatschappelijke verantwoordelijkheid van de statisticus diende zich al na korte tijd aan toen het MC zich de reputatie verwierf van het *kerkhof der medische onderzoekingen.* Het bleek nodig om een realistisch evenwicht te vinden tussen wiskundige correctheid en praktische limitaties.

De taak die Van Dantzig zich stelde, hield niet op bij zijn activiteiten aan de universiteit en op het MC. Statistiek moest een belangrijke maatschappelijke functie gaan vervullen. Daarbij besefte hij van meet af aan dat het niet voldoende zou zijn wiskundigen op te leiden en te inspireren tot het kiezen van de statistiek als hun werkterrein, maar dat ook praktijk-statistici moesten worden opgeleid op een zo hoog mogelijk niveau. Toen de oprichters van de Vereniging voor Statistiek (VvS), het befaamde *drietal bleke en magere jongelieden*, Van der Burg, Enters en Sittig zich bij hem meldden en zijn hulp inriepen, schreef Van Dantzig de 326 folio-paginas lange Kadercursus Mathematische Statistiek. Weliswaar bleek die cursus eigenlijk meer geschikt voor wiskunde-studenten dan voor niet-wiskundigen, maar Van Dantzig had er nooit bezwaar tegen om mensen op hun tenen te laten lopen. In de loop van de jaren hield hij een groot aantal imposante en erudiete lezingen, met veel gevoel voor humor gebracht, op de jaarlijkse Statistische Dagen van de VvS en voor vele andere gezelschappen in en buiten ons land.

Een niet onbelangrijk neveneffect van zijn activiteiten was de status die Van Dantzig alleen al door zijn aanwezigheid aan het vakgebied verleende. De statistici zagen het als een erkenning van het belang van de statistiek dat er nu een heuse hoogleraar in was aangesteld. Weliswaar stond het vak onder de zuivere wiskundigen niet erg hoog in aanzien, maar door het werk van Van Dantzig in de zuivere wiskunde kon hij moeilijk als een simpele toepasser ter zijde worden geschoven. Bovendien kon je beter geen ruzie met hem krijgen want hij was een geduchte tegenstander in iedere discussie of polemiek waarbij hij vlijmscherp kon uitvallen. Ik vertelde al hoe het Sir Ronald Fisher verging en er zijn legio voorbeelden van anderen die er niet beter afkwamen.

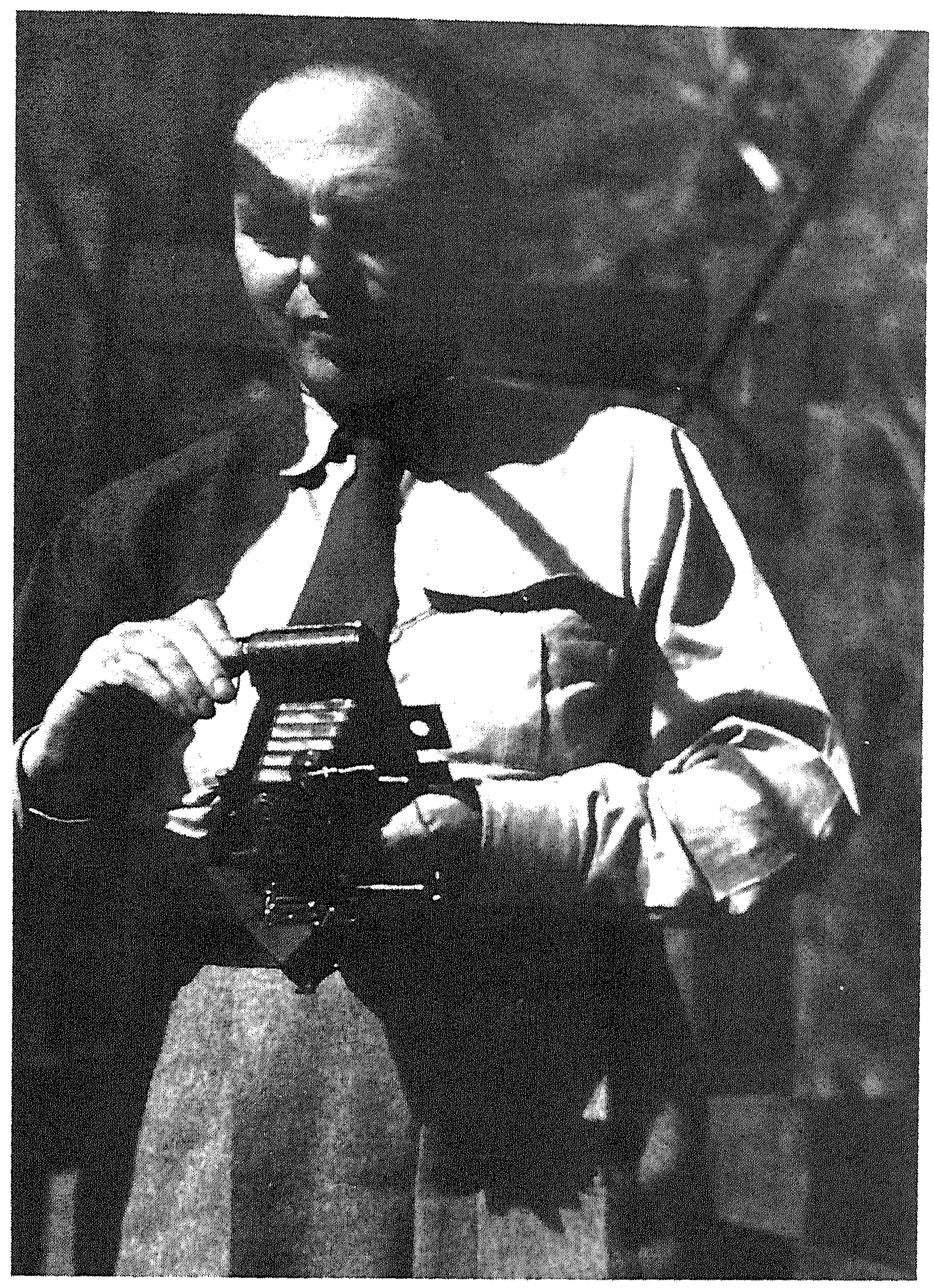
Toen Van Dantzig na de Tweede Wereldoorlog begon met het uitdragen en propageren van de stochastiek in Nederland, was er natuurlijk een enorme achterstand in te halen. In een voordracht op de Statistische Dag in 1955 [Dantzig 1955b] besprak hij wat er in die tien jaar wel en niet was bereikt. Het is een zeldzaam realistisch oordeel. Met trots vermeldt hij het aantal nieuwe leerstoelen in de wiskundige statistiek die in die periode waren ingesteld, de groeiende hoeveelheid kwalitatief hoogstaande toepassingen en de reputatie die het onderzoek met name in de verdelingsvrije methoden internationaal had verworven. Vervolgens geeft hij een oordeel, compleet met rapportcijfers, over wat er in een twaalftal deelgebieden is bereikt in vergelijking met het internationale topniveau. Een soort éénmans verkenningscommissie dus, waar iedere huidige minister van zou watertanden. Interessant is dat hij in Nederland op zijn hoogst tot het cijfer 5 (theoretisch productief) komt en internationaal tot het cijfer 6 (theoretisch creatief). Een 7 (fundamenteel creatief) wordt in die periode in de wereld op geen enkel deelgebied gehaald. Opvallend is dat hij het gebied van de grondslagen waarop hijzelf ondermeer actief was, internationaal met 5–6 beoordeelt en in Nederland slechts met een 3 (praktisch gebruikend). Ondanks het feit dat in de stochastiek in Nederland in 1955 dus nog niet alles rozengeur en maneschijn was, moet je er niet aan denken hoe de toestand zou zijn geweest zonder zijn aanwezigheid en inspanningen. Dat vonden de aanwezigen op de Statistische Dag ook. Van Dantzig was één van die zeldzame profeten die ook in eigen land werd geëerd.

3. Van Dantzig de wiskundige

Ik merkte eerder al op dat Van Dantzig van mening was dat de toegepaste wiskunde — en de stochastiek in het bijzonder — een belangrijke maatschappelijke rol behoorde te spelen. Daarom zette hij zich in om de studie van dit vakgebied in Nederland van de grond te krijgen. Zijn eigen wiskundige belangstelling voor de stochastiek ging goeddeels in de richting van het onderzoek van de grondslagen van het vak (zie o.a. [Dantzig 1941, 1947, 1950-51, 1951, 1957a,b]). In voordrachten voor een algemeen publiek sprak hij ook graag over grondslagenkwesties, veelal in combinatie met een onderwerp uit de geschiedenis van de stochastiek [Dantzig 1949, 1955a, 1957c]. Daarnaast publiceerde hij geregeld over onderwerpen die op zijn afdeling op het MC aan de orde waren en bleef hij geïnteresseerd in zijn oorspronkelijke liefde, de topologie. Hij klaagde er overigens vaak over dat hij het zo druk had met organisatorische en bestuurlijke bezigheden, dat er nauwelijks tijd voor eigen onderzoek overbleef. Een bekend geluid voor vele van zijn huidige collega's!

De grondslagen van de kansrekening en de statistiek zijn inderdaad interessant en nog steeds niet uitgekristalliseerd. Het wiskundig model voor de kansrekening kent sinds de axiomatiek van Kolmogorov geen geheimen meer: een kans $\mathbb{P}$ is een genormeerde maat op een sigma-algebra van eventualiteiten, die kunnen worden geïdentificeerd met deelverzamelingen van een gegeven verzameling. De problemen ontstaan als men vraagt naar de relatie tussen dit wiskundige model en de waarnemingen die men doet. Dit komt aan de orde bij de in- en uitschakeling van het wiskundig formalisme om in de termen van Van Dantzigs leermeester Mannoury te spreken. Kortom: de axiomatiek van Kolmogorov definieert het begrip kans, maar welke waarden moeten in een concreet geval aan kansen worden toegekend? En omgekeerd: hoe moeten die kansen dan in de praktijk worden geïnterpreteerd? Hierover wordt onder stochastici tot de dag van vandaag verhit gestreden, zonder dat die hitte altijd veel licht op de zaak werpt. Eerst maar een korte beschrijving van de twee voornaamste denkrichtingen.

Laat ik beginnen met de traditionele frequentistische opvatting. In de



FIGUUR 7.3. Van Dantzig tijdens zijn gasthoogleraarschap in Berkeley. 21 april 1951 [Foto Eli Shneour, San Diego]

praktijk merkt men op dat in een lange rij worpen met een dobbelsteen de fractie zessen (het frequentiequotiënt van de eventualiteit "zes") zich stabiliseert in de buurt van het getal $\frac{1}{6}$. Natuurlijk moet er sprake zijn van een zorgvuldig vervaardigde symmetrische dobbelsteen en moeten de worpen 'eerlijk' worden uitgevoerd (dus niet iedere keer met de zes boven neerleggen). Men is nu geneigd hieruit te concluderen dat het frequentiequotiënt na n worpen voor $n \to \infty$ in de een of andere zin nadert tot $\frac{1}{6}$ en dit getal de kans op een 'zes' te noemen. Hetzelfde verschijnsel vindt men ook bij lange reeksen voldoende zorgvuldig uitgevoerde herhalingen van andere experimenten waarbij een eventualiteit A al dan niet kan optreden. Ook nu nadert het frequentiequotiënt $\mathrm{fq}_n(A)$

van A na n experimenten tot een getal $\mathbb{P}(A)$, dat wij als de kans op A zouden willen interpreteren. Kans wordt door frequentisten dus gezien als frequentiequotiënt op de lange duur. Het verschijnsel dat $\mathrm{fq}_n(A)$ zich op den duur in de buurt van een vast getal stabiliseert, noemt men de *empirische wet van de grote aantallen.*

Als men dit probleem bestudeert binnen het mathematisch model van Kolmogorov, dan bewijst men eenvoudig dat bij n onderling onafhankelijke herhalingen van een experiment waarbij A met kans $\mathbb{P}(A)$ optreedt, in het algemeen geldt dat voor iedere $\varepsilon > 0$,

$$\lim_{n\to\infty} \mathbb{P}(|\mathrm{fq}_n(A) - \mathbb{P}(A)| \geq \varepsilon) = 0. \tag{7}$$

Dit resultaat staat bekend als de (zwakke) wet van de grote aantallen en de analogie met de empirische wet is treffend. Onafhankelijkheid van experimenten betekent dat het al dan niet optreden van A bij sommige experimenten de kans op het optreden van A bij de andere experimenten niet beïnvloedt. Dit zou een onderdeel moeten zijn van wat wij bij de empirische wet "zorgvuldig uitgevoerde herhalingen" van een experiment noemden. Verder valt op dat (7) niet garandeert dat er een $n(\varepsilon)$ zou bestaan zodat voor $n \geq n(\varepsilon)$, de ongelijkheid $|\mathrm{fq}_n(A) - \mathbb{P}(A)| < \varepsilon$ juist is, zoals bij het gewone begrip convergentie het geval is. De zwakke wet garandeert alleen dat voor $n \geq n(\delta, \varepsilon)$ de kans dat $|\mathrm{fq}_n(A) - \mathbb{P}(A)| < \varepsilon$ minstens $1 - \delta$ bedraagt. In de stochastische situatie waarin wij ons bevinden, lijkt ook dit verschil goed verklaarbaar. Er is trouwens een alternatieve versie van (7), namelijk de sterke wet van de grote aantallen, die zegt dat

$$\mathbb{P}(\lim_{n\to\infty} \mathrm{fq}_n(A) = \mathbb{P}(A)) = 1. \tag{8}$$

Hier staat wel dat $|\mathrm{fq}_n(A) - \mathbb{P}(A)| < \varepsilon$ voor $n \geq n(\varepsilon)$ voor bijna alle uitslagen van een aftelbare rij herhalingen van het experiment, maar nu is $n(\varepsilon)$ afhankelijk van die rij uitslagen en dus stochastisch. Ook nu is er geen garantie dat na 10^{10} herhalingen van het experiment het frequentiequotiënt binnen een redelijke afstand van $\mathbb{P}(A)$ ligt. Ook in de praktijk is de ervaring dat men soms pech kan hebben en het stabiliseren van het frequentiequotiënt heel lang duurt. Het ziet er dus naar uit alsof dit een onvermijdelijk gevolg is van het karakter van het probleem en er eenvoudig niet meer in zit.

Natuurlijk zijn de zwakke of de sterke wet niet op te vatten als een "bewijs" van de empirische wet. Empirisch geconstateerde feiten zijn nu eenmaal niet binnen het wiskundige model te bewijzen. Toch is de overeenstemming tussen beide zaken zo opvallend dat de meeste frequentisten hier genoegen mee nemen. Von Mises (1931) heeft gepoogd meer te bereiken met zijn frequentie-limestheorie door slechts rijen van uitslagen te beschouwen waarvoor de gewone limiet van het frequentiequotiënt bestaat, maar dit lijkt op onoverkomelijke moeilijkheden te stuiten.

Van Dantzig was een overtuigd frequentist, maar één met een slecht geweten. Hij had problemen zowel met oneindige rijen experimentele uitslagen die in de praktijk natuurlijk niet voorkomen, als met de praktische interpretatie van het begrip kans. Wat het eerste punt betreft, stond hij op het standpunt dat de statistiek de kansrekening helemaal niet nodig heeft, maar slechts een frequentie-quotiëntenrekening. De begrippen "kans" en "oneindig" dienen alleen het wiskundig gemak. Om het begrip kans een praktische betekenis te geven aanvaardt hij de empirische hypothese dat er een apparaat bestaat om loterijen uit te voeren waarbij met gelijke kansen één uit een willekeurig aantal n voorwerpen kan worden gekozen ($n = 6$: dobbelsteen; $n = 42$: lotto-bol met knikkers). Volgens Van Dantzig is empirische interpretatie van kansuitspraken alleen mogelijk met verwijzing naar zulke apparaten: het is alsof je een loterij uitvoert. Door de praktische beperkingen van deze apparaten hebben zeer nauwkeurige kansuitspraken geen empirisch equivalent. De mens verwaarloost dan ook gebeurtenissen met zeer kleine kansen en dit is precies waar de statisticus in de praktijk op inspeelt. Als hij een bewering doet met zeer kleine onbetrouwbaarheid α, betekent dit dat U òf die bewering moet aanvaarden, òf aannemen dat er een tevoren aangewezen gebeurtenis met zeer kleine kans α is opgetreden. Men zie voor dit alles bij voorbeeld [Dantzig 1957a].

Een geheel andere aanpak is de subjectivistische. Subjectieve kansen worden door de onderzoeker — of een of meer anderen, zoals opdrachtgevers — toegekend op grond van zijn eigen ervaringen. Om dit te vereenvoudigen wordt hem gevraagd onder welke voorwaarden hij nog net bereid is te wedden op het optreden van een bepaalde eventualiteit A. Als hij nog juist bereid is 10 tegen 1 te wedden, dan is zijn subjectieve kans op het optreden van A gelijk aan $\frac{10}{11}$. Immers bij verlies betaalt hij 10 en bij winst incasseert hij 1 zodat zijn verwachte winst $\frac{1}{11} \cdot 10 + \frac{10}{11} \cdot (-1) = 0$ is, zoals dat hoort bij het grensgeval dat nog net acceptabel is. Er is natuurlijk de moeilijkheid dat geen mens in staat is subjectieve kansen voor vele eventualiteiten consistent — dat wil zeggen voldoend aan Kolmogorovs axioma's — toe te kennen, maar daarvoor valt een ideale persoon te postuleren die dit wel kan. Afgezien van dit consistentieprobleem is dit een sluitende aanpak aangezien onder Kolmogorovs axiomatiek iedere consistente toekenning van kansen is toegestaan. Het probleem is natuurlijk, dat uitgaande van subjectieve kansen ook alle conclusies subjectief zijn. Dit is niet alleen in strijd met het streven om wetenschap zo objectief mogelijk te bedrijven, maar kan ook bij praktische toepassingen de nodige vragen opwerpen, bijvoorbeeld wiens subjectieve opvattingen wenst men te volgen?

Voor toepassing in de statistiek bieden subjectieve kansen interessante mogelijkheden. Beschouw weer de situatie waarin wij beschikken over waarnemingen van onderling onafhankelijke en identiek verdeelde stochastische grootheden $X_1, \ldots, X_n$ met gemeenschappelijke kansverdeling $\mathbb{P}_\theta$ met een onbekende reële parameter θ. In de subjectivistische aanpak kan men nu zonder bezwaar een subjectieve kansverdeling Q aan de parameter θ toekennen overeenkomend met het subjectieve oordeel over de onderliggende kansverdeling $\mathbb{P}_\theta$. Kans heeft nu immers geen frequentie-interpretatie maar is zuiver een *degree of belief*. Deze verdeling Q wordt de a priori verdeling van θ genoemd. Het model is dus dat θ een realisering is van een stochastische grootheid Θ met kansverdeling Q. Voorwaardelijk gegeven de gerealiseerde waarde van θ, zijn $X_1, \ldots, X_n$ onafhankelijk met verdeling $\mathbb{P}_\theta$. Daar de simultane $(n+1)$-dimensionale verdeling van de vector $(\Theta, X_1, \ldots, X_n)$ hierdoor bekend is, kan men na het waarnemen van $X_1 = x_1, \ldots, X_n = x_n$ de voorwaardelijke verdeling van Θ gegeven $X_1 = x_1, \ldots, X_n = x_n$ bepalen. Dit wordt de a posteriori verdeling van Θ genoemd en deze verdeling speelt de rol van de bijgestelde a priori verdeling in het licht van de verrichte waarnemingen. Als men doorgaat met het verrichten van waarnemingen (dat wil zeggen $n \to \infty$), dan gaat het gewicht van de waarnemingen in de meeste gevallen overheersen en verdwijnt de invloed van de a priori verdeling op de a posteriori verdeling langzaam maar zeker. Ook hier dus net als bij de fiduciaire aanpak van Fisher een fraai model voor het verzamelen van kennis. Bovendien kan men natuurlijk het resultaat van deze procedure evalueren vanuit het frequentistisch standpunt, waarin θ eenvoudig een onbekende parameter is. Veelal vindt men dan dat voor $n \to \infty$ de a posteriori verdeling van Θ convergeert naar de verdeling die kans 1 aan de ware waarde van θ toekent. Dit zegt natuurlijk niet dat de subjectivistische procedure vanuit het frequentistische standpunt goede resultaten oplevert, maar het is in het algemeen wel zo dat de zo verkregen resultaten niet uniform in θ te verbeteren zijn. Men kan dus ook als frequentist de subjectivistische analyse uitvoeren zonder daaraan de subjectivistische interpretatie toe te kennen, doch de a priori verdeling Q eenvoudig als een verstandig gekozen gewichtfunctie op te vatten en bijv. een centrale waarde van de a posteriori verdeling als schatter van θ. Onder die noemer kunnen frequentisten en subjectivisten tegenwoordig heel goed communiceren, temeer daar ook subjectivisten in de praktijk a priori verdelingen vaak op andere gronden dan subjectieve ervaring kiezen — bijvoorbeeld op grond van wiskundig gemak — en soms ook meerdere a priori verdelingen toelaten en de daarmee verkregen resultaten met elkaar vergelijken. Dit laat natuurlijk fundamentele bezwaren tegen subjectieve kansen onverlet.

Wel, fundamentele bezwaren had Van Dantzig en die maakte hij ondubbelzinnig duidelijk in 'Statistical Priesthood' [Dantzig 1957a]. Evenals 'Statistical Priesthood II" [Dantzig 1957b] is dit een kritische boekrecensie, ditmaal van [Savage 1954] over subjectivistische statistiek. Ondanks het feit dat Van Dantzig beslist wel waardering had voor de persoon en het werk van Savage, blijft er geen spaan van zijn boek heel. Het begint al met de ideale persoon die subjectieve kansen consistent kan toekennen en die volgens Van Dantzig

> '[...] becomes a member of the somewhat ill-fated family to which also belong[s] [...] Maxwell's "demon", who could admit or send back the molecules of gas impinging on a semi-permeable wall and thereby increase the entropy. [...] Although his doubtful ancestry alone cannot seriously be held against the youngest descendant, most scientists will agree today that such spectres on the whole have done more harm than good to the philosophy of science.'

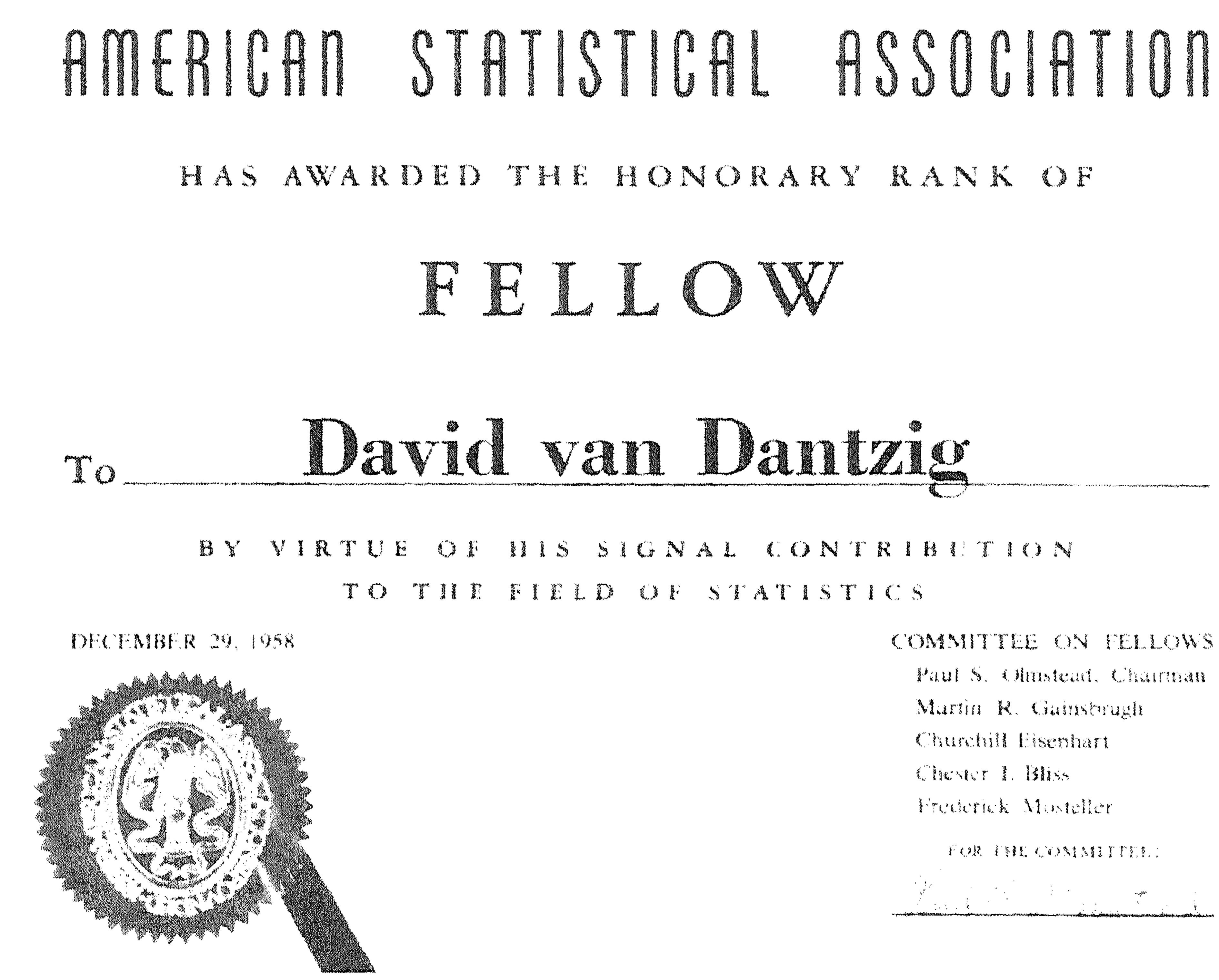
Verder vond Van Dantzig dat statistisch werk zoveel mogelijk onafhankelijk dient te zijn van de voorkeuren van het individu dat het uitvoert en dat subjectivistische resultaten met objectieve methoden moeten worden geëvalueerd, of, zoals hij het uitdrukt:

> 'Deze als de grondslag van de statistiek te beschouwen is alsof men een koortsthermometer ijkt door middel van de rillingen van de patiënt.'

Hij beëindigt zijn kritiek met de mededeling dat een onervaren student zou kunnen denken dat een personalistische statisticus

> '[...] (is) a gentle idiot, with a strong craze for betting, but without any of the characteristics which actually have led to the great and just fame of "British American statistics".'

Daar kon Savage het dan mee doen!



AMERICAN STATISTICAL ASSOCIATION

HAS AWARDED THE HONORARY RANK OF

FELLOW

To David van Dantzig

BY VIRTUE OF HIS SIGNAL CONTRIBUTION
TO THE FIELD OF STATISTICS

DECEMBER 29, 1958

COMMITTEE ON FELLOWS
Paul S. Olmstead, Chairman
Martin R. Gainsbrugh
Churchill Eisenhart
Chester I. Bliss
Frederick Mosteller

FOR THE COMMITTEE

FIGUUR 7.4. In 1958 werd van Dantzig gekozen tot fellow van de American Statistical Association [Archief DvD]

De overige publicaties van Van Dantzig op het terrein van de stochastiek hangen nauw samen met de activiteiten binnen zijn afdeling op het MC. Afgezien van zuiver technisch werk, ondermeer over Markov ketens en zijn methode van de collectieve kenmerken, betreft dit het werk op het terrein van de verdelingsvrije methoden en het Delta-rapport. Ieder goed wetenschappelijk instituut heeft zijn specialisme en voor Van Dantzigs statistische afdeling van het MC was dit de studie van de verdelingsvrije methoden. Dit lag in zoverre voor de hand dat Van Dantzig's kritische opstelling ten opzichte van de grondslagen van de stochastiek er wel toe moest leiden dat hij de voorkeur zou geven aan verdelingsvrije methoden, waarbij een minimum aan dikwijls niet te verdedigen veronderstellingen — zoals die van normaliteit — worden gemaakt. Het werk dat op dit terrein op het MC werd verricht en het instituut een internationale reputatie bezorgde, bestond voornamelijk uit het bestuderen en propageren van bestaande en nieuw ontworpen rangtoetsen, het tabelleren van de verdelingen van toetsingsgrootheden onder de nul-hypothese en het ontwikkelen van benaderingen hiervan voor grote steekproeven.

Asymptotiek onder alternatieve hypothesen ging behoudens een enkele uitzondering, nog niet verder dan consistentie, want een algemene methode voor het bepalen van limietverdelingen onder nabije alternatieven was in die dagen nog niet ontwikkeld. Een overzicht van de stand van zaken in die tijd kan men vinden in [Dantzig/Hemelrijk 1954].

Het Delta-rapport was een verslag van een onderzoek naar de stormvloedhoogten aan de Nederlandse kust in opdracht van de Delta-commissie en het Ministerie van Waterstaat. Het was verreweg de grootste consultatieopdracht in die jaren. Onder leiding van Van Dantzig werkten de beide afdelingen Mathematische Statistiek en Toegepaste Wiskunde van het MC jarenlang aan dit probleem en Van Dantzig zelf droeg in belangrijke mate bij aan aan de statistische, de econometrische en de toegepast analytische kant van het project. In [Hemelrijk 1959] wordt het rapport terecht beschouwd als een van de monumenten die Van Dantzig in zijn werk heeft achtergelaten. Het voornaamste doel dat hem bij de oprichting van het MC voor ogen stond, was immers het bevorderen van de toepassingen van de wiskunde geweest. Het Delta-rapport, dat kort na zijn dood verscheen, was een bewijs dat dit was gelukt.

4. Van Dantzig de politiek geïnteresseerde

Van Dantzig was een éénmanspartij. Een van de vragen die hem bezig hield, was welke taak wetenschappelijke onderzoekers ten aanzien van urgente politieke problemen hebben te vervullen en welke houding zij tegenover de politiek moeten aannemen. Hij schreef hierover enkele verhandelingen; in twee daarvan [Dantzig 1948, 1955c] komt een probleem aan de orde dat voor statistici vandaag vermoedelijk nog actueler is dan toen hij er over schreef.

Het standpunt van Van Dantzig was dat wetenschappelijke onderzoekers zich niet kunnen onttrekken aan de plicht zich uit hoofde van hun competentie uit te spreken over politieke kwesties. Daarvoor is het dan wel nodig om het vaak geringe politieke benul van deze groep te verhogen. Natuurlijk zal men de goede wetenschappelijke tradities in ere moeten houden en alle standpunten — ook het eigen — kritisch moeten onderzoeken, maar tegelijkertijd moet men een oordeel durven vellen zonder volstrekte wetenschappelijke zekerheid. In [Dantzig 1948] vervolgt hij met:

> 'Daarbij dienen wij er ons wel rekenschap van te geven, dat er verschillende belangengroepen zijn, die welbewust het feitenmateriaal trachten

> te vervalsen, en nog vaker als vaststaand beschouwde feiten op een met hun belangen overeenstemmende wijze interpreteren, met opzettelijke omissie of onderwaardering van andere mogelijkheden. Van haast nog groter belang dan de bewuste vervalsing en omissie is echter de onwillekeurige, door hen wier gezichtskring tengevolge van intensieve gebondenheid aan een ideologisch gefundeerde collectiviteit ingekrompen is tot alleen nog datgene, wat met haar ideologie overeenstemt of schijnt of geacht wordt overeen te stemmen.'

Vervolgens zet hij uiteen hoe de onderzoeker temidden van dit alles fatsoenlijk kan blijven, maar waarschuwt voor een idealistische houding die geen rekening houdt met de krachten en machten die de politiek beheersen.

Toen hij dit schreef, was het belangrijkste politieke probleem voor Van Dantzig het voorkómen van een derde wereldoorlog. Het citaat is vandaag echter niet minder relevant als men denkt aan sommige milieuacties enerzijds en het optreden van de overheid inzake Schiphol of de Betuwelijn anderzijds. Bovendien is het juist de statistiek die dikwijls wordt misbruikt om het eigen gelijk te halen op een wijze die Disraeli's uitspraak over *lies, damned lies and statistics* weer krachtig in herinnering roept. Een nieuw aspect is dat de overheid zich zo sterk met een groepsbelang identificeert dat uiteindelijk de landsadvocaat dergelijke onzin staat te verdedigen. Een andere nieuwigheid is dat men zich tegen wetenschappelijke argumenten op postmoderne wijze teweer stelt: "We weten toch allemaal dat die professoren er ook altijd naast zitten, slagen om de arm houden en het nooit met elkaar eens zijn. Ze vertellen gewoon verhaaltjes die je niet te serieus moet nemen". Misschien tijd om [Dantzig 1948] nog maar eens te herlezen?

In [Dantzig 1955c] verzet Van Dantzig zich tegen collega's die na een bezoek aan Moskou terugkomen met allerlei fraaie door de autoriteiten aldaar verstrekte verhalen over de toestanden in Rusland die zij volstrekt niet hebben trachten te verifiëren. Zijn slotzin is een ware klassieker:

> 'Stuur de poes naar Rome; zij komt terug en zegt miauw. Wat zegt zij als men haar naar Moskou gestuurd heeft?'

5. Epiloog

Aan het eind van dit verslag over het belang van David van Dantzig voor de ontwikkeling van de stochastiek in Nederland, is de vraag onontkoombaar waarom wij hem 41 jaar na zijn dood als de grote stimulator van de stochastiek in ons land gedenken. Van Dantzig was een voortreffelijk wiskundige, maar dit is niet de meest in aanmerking komende reden. Als wij zijn eigen werk op het terrein van de stochastiek overzien in het kader van de periode waarin het werd verricht, dan moet men concluderen dat het wiskundig van hoog niveau was, maar niet zo uitzonderlijk dat het vandaag nog van grote betekenis is. Dit is natuurlijk voor vrijwel alle wetenschappelijke onderzoekers het geval. Na bijna een halve eeuw blijven in ieder vakgebied in de wereld maar een handvol onderzoekers over wier werk de tand des tijds enigermate heeft doorstaan.

Wél van belang is dat hij als autodidact in de stochastiek, dankzij zijn grote kennis van de wiskunde in het algemeen, maar zeker ook dankzij zijn tomeloze energie, in korte tijd uitgroeide tot iemand wiens kennis van de stochastiek groot en diep was. Bovendien genoot hij van ieder onverwacht en onconventioneel element in zijn wiskundebeoefening. Dat stelde hem in staat de jongeren die hem volgden te inspireren en leiding te geven op het hoogste niveau en zo te bereiken dat een nieuwe generatie klaarstond om zijn werk voort te zetten. Daarnaast was hij onvermoeibaar in het uitdragen van het vak in al zijn facetten en in ieder gezelschap. Dit lijkt mij zijn grootste verdienste voor de stochastiek te zijn die ver uit gaat boven het individuele werk van een goed wiskundige.

In het bovenstaande gaf ik enige voorbeelden van de opmerkelijke felheid waarmee hij tegenstanders kon neersabelen. Hij deed dat vaak met humor en had er dan zichtbaar plezier in. Soms was het ook bittere ernst, zoals toen hij een RK collega die bezwaar maakte tegen het feit dat hij in een voordracht Jezus in één adem noemde met Marx en Kant, op nodeloos harde wijze voor de voeten wierp dat hij door dit bezwaar evenzeer beledigd was als zijn opponent door zijn vergelijking. Deze uitschieters hebben mij altijd verbaasd, temeer omdat hij in mijn korte ervaring met hem een vervaarlijke persoonlijkheid was, maar ook een vriendelijk mens. Maar ja, wat wil je? Mensen van het kaliber van Van Dantzig kom je niet iedere dag tegen.

LITERATUUR

[Dantzig 1941] 'Mathematische en empiristische grondslagen der waarschijnlijkheidsrekening', D. van Dantzig. *Nederlands Tijdschrift voor Natuurkunde* **8** (1941), pp. 70–93.

[Dantzig 1947] 'General procedures of empirical science', D. van Dantzig. *Synthese* **5**, pp. 1–15.

[Dantzig 1948] 'De wetenschappelijke houding tegenover politieke en ideologische vragen', D. van Dantzig. *Maatschappij en Wetenschap* I (4 & 5).

[Dantzig 1949] 'Blaise Pascal en de betekenis der wiskundige werkwijze voor de studie van de menselijke samenleving' (Inaugurele rede Amsterdam), D. van Dantzig. *Euclides 25* (1949), pp. 203–235.

[Dantzig 1950-51] 'Carnap's foundation of probability theory', D. van Dantzig. *Synthese* **8**, pp. 459–470.

[Dantzig 1951] 'Sur l'analyse logique des relations entre le calcul des probablilités et ses applications', D. van Dantzig. *XVIII Congrès Intern. de Phil. des Sciences 1949, Vol. 4, Calcul des Probabilités, Actualités Scientifiques et Industrielles 1146*, pp. 49–66.

[Dantzig 1954] 'De verantwoordelijkheden van de statisticus', D. van Dantzig. *Statistica Neerlandica* **7**, pp. 199–208.

[Dantzig 1955a] 'Laplace probabiliste et statisticien et ses précurseurs', D. van Dantzig. *Archives Intern. d'Histoire des Science* textbf8 (1955), No 30, pp. 27–37.

[Dantzig 1955b] 'Tien jaar wiskundige statistiek', D. van Dantzig. *Statistica Neerlandica* **9** (1955), pp.233–242.

[Dantzig 1955c] 'De wetenschappelijke onderzoeker en de politiek', *Wetenschap en Samenleving* **9** (1955), pp. 7–8.

[Dantzig 1957a] 'Statistical Priesthood (Savage on personal probabilities)', D. van Dantzig. *Statistica Neerlandica* **11** (1957), pp. 1–16.

[Dantzig 1957b] 'Statistical Priesthood II', D. van Dantzig. *Statistica Neerlandica* **11** (1957), pp. 185–200.

[Dantzig 1957c] 'Van "Reekeningh in spelen van geluck" naar besliskunde, D. van Dantzig. *Jaarboek II Universiteit van Amsterdam 1956–1957*, pp. 39–50.

[Dantzig/Hemelrijk 1954] 'Statistical methods based on few assumptions', D. van Dantzig en J. Hemelrijk. *Bull. Intern. Statist. Inst. XXXIV*, Vol. II, pp. 3–31.

[Fisher 1956] *Statistical Methods and Scientific Inference*, R.A. Fisher. London, Edinburgh: Oliver & Boyd, 1956. 175 p.

[Hemelrijk 1959] 'In memoriam Prof. Dr. D. van Dantzig', J. Hemelrijk. *Statistica Neerlandica* **13** (1959), pp. 416–432.

[Kolmogorov 1933], 'Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung', A.N. Kolmogorov. *Ergebn. der Mathematik II*, Berlin: , 1933.

[Neyman 1961] 'Silver jubilee of my dispute with Fisher', J. Neyman. *Journal of the Operations Research Society of Japan* **3** (1961), pp.

145–154.

[Savage 1954] *The Foundation of Statistics*, L.J. Savage. New York: John Wiley & Sons; London: Chapman & Hall, 1954.

Proceedings Symposium *Van Dantzig 2000* pp. 123 - 123

Over de auteurs

W.T. van Est (1921) volgde college bij Van Dantzig. Hij was buitengewoon hoogleraar in Utrecht (1954–1956), en gewoon hoogleraar in Leiden (1956–1972) en Amsterdam (1972–1986).

L.J.M. Bergmans promoveerde in 1982 in Leuven op semantische aspecten van vergelijking en publiceert over significa. Hij is docent aan de Université François Rabelais in Tours.

H.J. Smid (1945) promoveerde in 1997 op *Een onbesuisde nieuwigheid*, over de geschiedenis van het wiskundeonderwijs in de 19^{e} eeuw. Thans is hij directeur van het interfacultair onderwijs aan de faculteit ITS van de TU Delft.

N.G. de Bruijn (1918) was in 1940 assistent van Van Dantzig en van 1952 tot 1959 diens collega aan de Universiteit van Amsterdam. De Bruijn was hoogleraar aan de TH in Delft (1946–1952), de UvA (1952–1960) en de TH Eindhoven (1960–1984).

G. Alberts (1954) promoveerde in 1998 op *Jaren van berekening*, waarin Van Dantzig een van de hoofdpersonen was. Hij is verbonden aan het CWI en het interfacultair instituut Wetenschap en Samenleving van de KUN.

W.R. van Zwet (1934) volgde in de jaren vijftig college bij Van Dantzig. Hij was van 1968 tot 1999 hoogleraar Mathematische Statistiek aan de Universiteit leiden en is sinds 1997 directeur van EURANDOM.

Programma 22 september

Van Dantzig 2000: uitbeelden in wiskunde

Symposium op 22 september 2000 naar aanleiding van David van Dantzigs honderdste geboortedag op 23 september 2000

Ontvangst met koffie 10:00

10:20 Opening **T. Koetsier** (VU), voorzitter GMFW

10:25 **W.T. van Est** (em. UvA), *David van Dantzig. Wendbaar meesterschap*

11:05 aanbieding publicaties aan de familie Van Dantzig

Koffie 11:15

11:45 **L. Bergmans** (Tours), *Mannoury, significa, Wiener Kreis en Unity of Science in de jaren 1930*

12:10 **H.J. Smid** (TU Delft), *De betekenis van David van Dantzig voor het onderwijs in de wiskunde*

12:35 **N.G. de Bruijn** (em. TU Eindhoven), *Een persoonlijke herinnering*

Lunch 13:00

14:15 **G. Alberts** (CWI/KUN), *Wiskundig modelleren en dienstbaarheid van de wiskunde volgens Van Dantzig*

14:40 **W.R. van Zwet** (em. Leiden/EURANDOM), *David van Dantzig en de ontwikkeling van de stochastiek in Nederland*

Thee 15:25

16:00 **forum** over de hedendaagse maatschappelijke functie van het wiskundig denken met **K. Vendrik** (Kamerlid GroenLinks), **P.B. de Ridder** (oud dir. CPB, investeerder) en de Van Dantziglaureaten **A.H.G. Rinnooy Kan** (ING) en **W.R. van Zwet** onder voorzitterschap van **D. van Delft** (NRC)

Borrel 17:00